پیش‌گویی نرخ بیکاری ایران بر اساس مدل‌های طولی از دیدگاه بیزی، مطالعهٔ موردی سال ۱۳۹۵

اشکان شباک*[1]، تابان باغفلکی[2]
۱. پژوهشکدهٔ آمار، گروه پردازش داده‌ها و اطلاع‌رسانی
۲. دانشگاه تربیت مدرس، دانشکدهٔ علوم ریاضی، گروه آمار

دریافت: ۹۷/۰۹/۲۸ پذیرش: ۹۸/۱۰/۱۴

چکیده

دشواری روزافزون گردآوری اطلاعات به روش‌های سنتی به دلیل پیچیدگی‌های امروزی جوامع آماری، نیاز به مطالعه برای دگرگونی یا بهنگام‌سازی روش‌های آمارگیری را ضروری کرده است. استفاده از دیگر منابع داده‌ها و مدل‌سازی، از روش‌هایی هستند که می‌توانند به‌عنوان جایگزین روش‌های آمارگیری به‌کار رفته یا به افزایش دقت برآوردها و استنباط‌های ناشی از آمارگیری‌های سنتی یاری رسانند. منابع اطلاعاتی ناشی از داده‌های پیشین (مانند آمارگیری‌های گذشته یا داده‌های ثبت‌شده) همواره یکی از مهمترین منابع اطلاعاتی برای این منظور هستند. بنابراین در این مقاله برای اولین‌بار در ایران با به‌کارگیری روش‌های استنباط و مدل‌سازی بیزی، به پیشگویی نرخ بیکاری ایران می‌پردازیم. داده‌های مورد استفاده در این مقاله، داده‌های برگرفته شده از نتایج آمارگیری سال‌های ۱۳۸۴ الی ۱۳۹۵ مرکز آمار ایران است و با توجه به طولی بودن این داده‌ها از روش بیزی برای داده‌های طولی در پیش‌گویی استفاده شده است. استفاده از روش‌های بیزی در داده‌های آمار رسمی در ایران کم‌سابقه است. بنابراین در این مقاله تلاش شده که کاربرد این روش‌ها برای تحلیل داده‌ه ای مربوط به آمار رسمی، امکان‌سنجی شوند که با توجه به مهم بودن موضوع اشتغال و بیکاری در عرصه اجتماعی و اقتصادی کشور و تأثیر پذیرفتن بسیاری از تصمیم‌ها و سیاست‌های کشور از این مقوله، در این مقاله، پیش‌گویی نرخ بیکاری، به‌عنوان اولین مطالعه عملی در دستور کار قرار گرفت. نتایج به دست آمده از محاسبات این مقاله، در مقایسه با مقادیر مشاهده شده از نتایج آمارگیری مزبور از دقت قابل قبولی برخوردار هستند که امکان استفاده از مدل‌های پیش‌گویی بیزی را در دیگر آمارگیری‌ها به شدت مطرح می‌سازد. این‌کار موجب تحولی در تحلیل نتایج این‌گونه آمارگیری‌ها خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: داده‌های طولی، نرخ بیکاری، مدل‌بندی بیزی، پیشگویی

مقدمه

کیفیت داده‌ها در آمارگیری‌ها، معیار دقت برآوردها و نیز اعتبار استنباط‌های پساآمارگیری از مهم‌ترین و اصلی‌ترین موضوعاتی هستند که دغدغهٔ دست اندرکاران آمارگیری و دیگر کارشناسان و آمارشناسان را تشکیل می‌دهند. در این میان هزینه یک آمارگیری همواره متغیری در برابر دقت و کیفیت آن بوده است. از سوی دیگر مشکل بی‌پاسخی، به طور روزافزونی در آمارگیری‌ها افزایش می‌یابد که هم منجر به افزایش هزینه و نیز خطای آمارگیری می‌شود. خطای پوشش نیز از دیگر عواملی است که به دلایل گوناگون و گاه ناگزیر (مانند شرایط جغرافیایی) رخ می‌دهد که همراه با

*نویسندهٔ مسئول ashkan@srtc.ac.ir

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

افزایش هزینه، دقت آمارگیری را به شـدت کاهش می‌دهد. محدود بودن پاسـخگویان و یا جامعهٔ آمارگیری نیز مشـکل دیگری اسـت که (به ویژه در آمارگیری‌های جمعیتی) آمارشـناسـان و آمارگیران اغلب با آن روبرو هسـتند. از همین‌رو است که به ویژه در سال‌های اخیر لزوم تغییر در روش‌های آمارگیری و یا جایگزینی آن‌ها مورد توجه آمارشناسان بوده است. به عنوان مثال به‌کارگیری داده‌های ثبتی در آمارگیری‌ها (آمارگیری‌های ثبتی‌مبنا)، و یا آمارگیری‌های مدل مبنا[1] یا مدل یارمبنا[2] از جمله اقداماتی هستند که برای جایگزینی روش‌های معمول آمارگیری و یا ترکیب با روش‌های سنتی به‌کار می‌روند. یکی از شیوه‌هایی که به ویژه در قالب آمارگیری های مدل‌مبنا، می تواند برای غلبه بر مشکلات معمول در آمارگیری های سنتی و یا کاهش اثرهای آن‌ها، مطرح باشد انجام پیش‌گویی[3] آماری است. به طور کلی در استنباط آماری پیش‌گویی، رویکردی تعریف می‌شـود که در آن مشـاهده‌های آینده بر پایهٔ مشـاهده‌های اندازه‌گیری شـده در گذشـته، محاسـبه (پیش‌گویی) می‌شـوند. زمانی که پیش‌گویی مشـاهده‌ها بر پایه‌ی اطلاعات دقیق از توزیع پیشـین پارامترهای مورد نظر جامعه آمارگیری انجام شـود در واقع پیش‌گویی بیزی انجام شـده اسـت. در روش‌های اسـتنباط بیزی، پیش‌گویی چه در قالب به دست آوردن توزیع پیش‌گوی پسینی[4] برای مشاهدات آینده و چه در قالب مدل‌سازی بیزی (به دست آوردن برآوردگرهای بیزی و گنجاندن آن‌ها در مدل‌های مفروض) می تواند انجام شود. شایان ذکر است که استفاده از اطلاعات کمکی در آمارگیری‌ها پیشینهٔ طولانی دارد؛ اما بهره‌گیری از داده‌ها و اطلاعات پیشین به صورت نظام‌مند که برای تعیین توزیع داده‌های نمونه‌گیری شـده به‌کار می‌روند،گرچه بسـیار جالب به‌نظر می‌رسـد، پیشـینهٔ کمتری دارد. بدون شک در صورتی که بتوان به کمک داده‌های پیشین تقریب مناسبی از توزیع داده‌ها و یا مدل‌های مفروض برازنده‌ای از آن‌ها، ارائه داد؛ می‌توان با انجام پیش‌گویی در مورد مشـــاهدات آینده، گامی بلند در جهت تحلیل نتایج آمارگیری برداشت.

از آن‌جایی که نرخ بیکاری، به عنوان یکی از مهمترین شاخص‌های اجتماعی و اقتصادی کشور، اهمیت زیادی برای برنامه‌ریزی و سـیاسـت‌گذاری‌های خرد و کلان اقتصـادی و اجتماعی دارد، پیش‌گویی دقیق آن در تصـمیم‌گیری و برنامه‌ریزی‌های کشـور بسـیار مؤثر و کاربردی خواهد بود. بنابراین در این مقاله تلاش خواهد شـد تا از روش‌های بیزی برای تحلیل و پیش‌گویی نرخ بیکاری، بر اسـاس نتایج طرح آمارگیری نیروی کار مرکز آمار ایران (سـال‌های ۱۳۸۴ الی ۱۳۹۵) استفاده شود. در ادامه مقاله و در بخش دوم، ضمن ارایه تعاریف و مفاهیم کلی مورد نیاز این تحقیق، به مرور اجمالی برخی پژوهش‌های مرتبط با موضوع که در روند مطالعه برای تهیهٔ این مقاله، بررسی شده‌اند، پرداخته می شود. سـپس در بخش سـوم مبانی نظری اسـتنباط بیزی مورد اسـتفاده در این تحقیق بسـط و توضـیح داده می‌شـوند. روش‌شناسی و تحلیل داده‌های طرح نیروی کار مرکز آمار ایران در بخش چهارم این مقاله ارایه شده‌اند. در این بخش با استفاده از داده‌های حاصل از طرح نیروی کار طی سال‌های ۱۳۸۴ الی ۱۳۹۴، پیش‌گویی نرخ بیکاری جمعیت ده‌ساله و بیشتر سال ۱۳۹۵به عنوان هدف اصلی این تحقیق، برای کل کشور و همچنین به تفکیک استان‌ها انجام شده و با مقادیر مشاهده شده همان سال، بر اساس نتایج طرح مذکور مقایسه می‌شوند. محاسبات بخش روش شناسی این مقاله با استفاده از نرم افزار OpenBugs 3.2.2 انجام شده است.

---

[1] Model-based
[2] Model- assisted based
[3] Prediction
[4] Posterior predictive distribution

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

۱. تعاریف و مفاهیم و ادبیات موضوع

در این بخش پس از ارایه دو تعریف مهم که در ادامه مقاله به آن‌ها نیاز است، مروری بر ادبیات موضوع انجام می‌شود.

پیش‌گویی[1]: معمولاً از پیش‌گویی برای برآوردهای کلی پارامترها در آینده استفاده می‌شود و یک موضوع مهم در استنباط آماری است، چه برای داده‌های مقطعی[2] و چه طولی[3] انجام می‌شود. گلمن و همکاران (۲۰۰۳).

نرخ بیکاری[4]: از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال (شاغل و بیکار) ضربدر ۱۰۰، است. برای آشنایی بیشتر با سایر تعاریف، مفاهیم و شاخص‌های مهم در مورد نرخ بیکاری، به نشریه نتایج طرح نیروی کار مرکز آمار ایران (۱۳۹۵)مراجعه شود.

چند نمونه از تاریخچهٔ برآورد نرخ بیکاری: در ادامه این بخش به چند نمونه از پژوهش‌هایی که اخیرا در زمینه برآورد نرخ بیکاری در کشور ایران و جهان انجام شده است؛ اشاره می‌کنیم. در ایران تا کنون از روش‌های بیزی برای برآورد یا پیش‌گویی نرخ بیکاری استفاده نشده است. با این وجود روش‌های متعددی برای برآورد نرخ بیکاری استفاده شده است. از جمله کاظمی‌زاده (۱۳۸۷) در رساله کارشناسی ارشد خود با عنوان «مقایسه تطبیقی منحنی فلیپس[5] و تعیین نرخ بیکاری طبیعی در ایران» به آزمون فرضیه «رابطه بین نرخ تورم و بیکاری در کوتاه مدت خطی و نزولی است»، پرداخت. منحنی فلیپس در علم اقتصاد نشان‌دهنده ارتباط میان نرخ تورم و نرخ بیکاری است. این منحنی بیان می‌کند که نرخ بالای اشتغال با نرخ بالای تورم رابطه معکوس دارد. به این معناست که در کوتاه مدت برای کاهش نرخ بیکاری می‌بایست نرخ تورم بالاتر را بپذیریم. یکی دیگر از پژوهش‌ها در زمینه برآورد نرخ بیکاری در ایران، توسط خالصی و صیامی نمینی (۱۳۸۳) انجام شده است. خالصی و صیامی نمینی، مقاله‌ای را با عنوان «برآورد نرخ بیکاری همراه با تورم غیرشتابان (NAIRU[6]) وتولید بالقوه» ارائه دادند. (مفهوم NAIRU به معنی نرخ بیکاری متناسب با نرخ تورم غیر شتابنده است، نرخی از بیکاری که با نرخ تورم پایدار، سازگار و هماهنگ است. زمانی که نرخ بیکاری پایین‌تر از نرخ NAIRU است، همواره فشارهایی در اقتصاد وجود دارد که نرخ تورم را افزایش می‌دهد. در مقابل زمانی که نرخ بیکاری بالاتر از NAIRU باشد، تورم تمایل زیادی به کاهش نشان می‌دهد. در واقع شاخص NAIRU نشان می‌دهد که آیا ممکن است با هزینه های کمتر و نرخ تورم پایین‌تر، میزان اشتغال بیشتری در کشور به وجود آید؟) آن‌ها روش جدیدی با استفاده از الگوی اجزای مشاهده نشده، در برآورد نرخ بیکاری همراه با تورم غیر شتابان و تولید بالقوه ارائه دادند. سامتی و همکاران (۱۳۸۳)، به برآورد نرخ بهینه بیکاری و مقایسه آن با نرخ طبیعی پرداختند. مطالعات دیگری نیز در زمینهٔ برآورد نرخ بیکاری در ایران انجام شده است، از جمله می توان به متقی (۱۳۷۷)، قبادی (۱۳۸۳)، خالصی (۱۳۸۲)، اخباری و محقق نیا (۱۳۹۴) اشاره کرد.

[1] Prediction
[2] cross-sectional data
[3] longitudinal data
[4] Unemployment Rate
[5] Philips Curve
[6] Non-accelerating-iflation-rate of unemployment

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

علی‌رغم وجود موارد کم از به کارگیری روش های بیزی در برآورد و پیش‌گویی نرخ بیکاری در ایران، موارد متعددی در جهان از کاربرد روش‌های بیزی برای برآورد نرخ بیکاری وجود دارد. به عنوان مثال داتا و همکاران (۱۹۹۹) نرخ بیکاری را برای ایالت‌های ایالات متحده با استفاده از روش بیز سلسله مراتبی برآورد کردند. آنها سری زمانی مقطعی را در چارچوب بیز سلسله مراتبی در کوچک ناحیه‌ها به‌کار گرفتند و با استفاده از نمونه‌گیری گیبس میانگین و واریانس پسین را نیز برای نرخ بیکاری برآورد کرده و نشان دادند که ضریب تغییرات برآوردگرهای مدل بیز پیشنهادیشان از برآوردگرهای مدل‌های دیگر کمتر است. فابریزی در سال ۲۰۰۷ نرخ بیکاری را برای کوچک ناحیه‌ها، برای طبقه سنی ۱۵ تا ۲۴ سال جمعیت نیروی کار ایتالیا در استان‌های مختلف، با استفاده از روش بیزی به دست آورد. سپس با معرفی دو مدل ترکیب خطی[1]و مدل با اثرات تصادفی برآوردهای لازم را براساس بیز سلسله مراتبی به دست آورده و نرخ بیکاری را برای این استان‌ها پیش‌گویی کرد. برگر و اورارت در سال ۲۰۱۰ تداوم بیکاری و NAIRU (نرخ بیکاری همراه با تورم غیر شتابنده) را در آمریکا و اروپا در یک چارچوب بیزی برآورد کردند. آن‌ها یک مدل ساختاری ساده را که بیکاری را بوسیله عوامل عرضه و تقاضا توضیح می‌دهد، ارائه دادند. این عوامل غیر قابل مشاهده هستند اما اثرات قابل توجهی را بر بیکاری، تورم و تولید دارند. آن‌ها بر اساس مدل‌های ساختاری مانند نمودار فلیپس[2]، قانون اوکان و معادله تقاضا، تدوام بیکاری [3]را نشان دادند. سپس این مدل‌ها را در یک چارچوب بیزی برای اروپا و آمریکا در سالهای ۲۰۰۳- ۱۹۷۰برآورد کردند. آنها نتیجه گرفتند که درجه تدوام بیکاری در آمریکا کمتر از اروپا است. مارجولیس و اوکاتینکو (۲۰۰۸) یک مدل جستجوی کار را برای کارگران بیکار با رهیافت بیز ارائه دادند. آن‌ها بر این باور بودند که کارگران کار خود را بر اساس میزان دستمزد با فرض این‌که دستمزد توزیع لگ نرمال با واریانس معلوم و میانگین نامعلوم دارد، جستجو می کنند. سپس براساس اعتقادات و اطلاعات کارگران توزیع میانگین دستمزد را شناسایی و نهایتاً با رهیافت بیزی، توزیع پسینی دستمزد و نرخ پذیرش کار را برای کارگران برآورد کردند. پریرا و همکارانش (۲۰۱۱) به برآورد نرخ بیکاری در نواحی کوچک پرتغال پرداختند. هدف آن‌ها بررسی آمار دقیق نرخ بیکاری در سطح خرد[4] از داده‌های آمار بیکاری پرتغال با رویکرد مدل‌مبنا بود. در روش آن‌ها، اطلاعات گذشته به عنوان اطلاعات کمکی[5] مدل در نظر گرفته شده‌اند. براساس این رویکرد، آن‌ها برای به دست آوردن برآورد نرخ بیکاری، برآوردگری را براساس توزیع پسینی مدل بیزی سلسله مراتبی[6] به دست آوردند. کولی (۲۰۱۴) در تز دکترای خود، نرخ بیکاری آمریکا را با استفاده از متوسط‌گیری مدل بیزی (BMA)[7] پیش‌بینی کرد. کولی در ابتدا مدل‌های سری زمانی خطی و غیر خطی را برای پیش‌گویی مورد ارزیابی قرار داد اما به نتایج مطلوبی نرسید به همین دلیل با استفاده از روش های مدل میانگین این کار را انجام داد.

[1] Mixed linear models
[2] Philips curve
[3] Unemployment Persistence
[4] Micro
[5] Auxiliary information
[6] Hierarchical Bayesian model
[7] Bayesian Model Averaging

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

سمینسکو (۲۰۱۷) مقاله ای را برای پیش‌گویی بازه بیزی نرخ تورم و نرخ بیکاری در رومانی برای سال ۲۰۰۴ تا ۲۰۱۷ ارائه داد.

شایان گفتن است از روش‌های استنباط بیزی در مواردی غیر از برآورد یا پیش‌گویی نرخ بیکاری نیز استفاده شده است که در تحقیقات انجام شده برای تهیه این مقاله، آن‌ها نیز مورد بررسی و مطالعه قرار گرفتند. از جمله یونگ یانگ و سوارتز (۲۰۰۴) با استفاده از روش بیز دو مرحله‌ای، نتیجه مسابقه بین دو تیم بیسبال را در لیگ اصلی آمریکا پیش‌گویی کردند. آن‌ها دو عامل زمین خودی و قدرت نسبی را که از طریق مشاهدات پیشین به دست می‌آیند، بهر عنوان عوامل موفقیت یک تیم فرض کردند. در واقع توزیع این عامل‌ها همان توزیع پیشین است. در مرحله اول آن‌ها توزیع پیروزی یک تیم را بتا با پارامترهای عوامل زمین خودی و قدرت نسبی و در مرحله دوم نیز نتیجه بازی (پیروزی، شکست) را به‌عنوان متغیر تصادفی برنولی در نظر گرفته و سپس نتیجه بازی را پیش‌گویی کردند. برایانت و گراهام (۲۰۱۳) برآورد جمعیت و سپس پیش‌گویی آن را در یک چارچوب بیزی انجام دادند. در هسته این چارچوب بیزی، حسابداری جمعیت شناختی[1] (صورت وضعیت جمعیت‌شناختی) است. سان و همکارانش در سال ۲۰۰۸ امکان به‌کارگیری روش های استنباط بیزی را برای بهتر کردن پیش‌بینی‌های هواشناسی در آمریکا مطالعه کرده‌اند. چن و همکارانش (۲۰۱۲) تلاش کردند تا با مدل‌سازی بیزی و پیش‌گویی پارمترهای جمعیتی، به حل مشکلات ناشی از نمونه‌گیری در جوامع متناهی[2] (حجم کوچک) کمک کنند.

۲- استباط بیزی و تحلیل داده‌های طولی به روش بیزی

در رویکرد بیزی بر خلاف دیدگاه آمار کلاسیک (فراوانی‌گرا) که پارامترها کمیت‌های ثابت و نامعلوم هستند، θ خود یک متغیر تصادفی است و تغییرات آن توسط یک توزیع احتمال (توزیع پیشین[3]) بیان می‌شود. سپس از جمعیت یک نمونه آماری جمع‌آوری می‌شود و بر اساس آن توزیع پیشین تصحیح می‌شود. این توزیع تصحیح شده توزیع پسینی[4] نام دارد که توزیع احتمال یک مقدار نامعلوم به شرط مشاهده داده‌ها است و آن را به صورت $\pi(\theta|X)$ نمایش می‌دهند. گلمن و همکاران (۲۰۰۳).

یک مطالعه طولی، مطالعه‌ای است که در آن متغیرهای مورد مطالعه برای هر آزمودنی، در طول زمان اندازه‌گیری می‌شوند. هدف اصلی از تحلیل داده‌های طولی، بررسی و مقایسه پاسخ‌ها در طول زمان است. داده‌های طولی متفاوت از داده‌های سری‌های زمانی هستند، زیرا داده‌های طولی معمولاً شامل تعداد زیادی از دنباله‌های اندازه‌گیری شده در طول زمان

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

[1] Demographic account.

فرایند ساخت جداولی که تغییرات حالات مختلف جمعیت ها را در طول زمان نشان می‌دهند. حسابداری جمعیت شناختی باید تمام وضعیت های مربوط به خاستگاه افراد و نیز تمامی موضوعات مربوط به جابه‌جایی آنان در یک دوره زمانی معینی را پوشش می‌دهد. وضعیت‌های مربوط به خاستگاه افراد، محل تولد و نیز محل اقامت آنان در یک ناحیه را در برمی‌گیرد و وضعیت‌های مربوط به مقصد، حداقل باید زندگی و فوت در یک ناحیه را پوشش دهد.

[2] Finite Population

[3] Prior distribution

[4] Posterior distribution

هستند. با این وجـود سری‌های زمانی یک دنباله واحد طولانی از اندازه‌گیری‌ها در طول زمان هستند. سه مدل مختلف «مدل‌های انتقالی[1]»، «مدل‌های اثرهای تصادفی[2]» و «مدل‌های حاشیه‌ای[3]» برای تحلیل داده‌های طولی استفاده می‌شود. مطالعات طولی در واقع یک مطالعه با پاسخ چند متغیره است که پاسخ‌های چند متغیره برای هر فرد در واقع همان اندازه‌گیری‌های مکرر یک پاسخ در طول زمان است برای اطلاعات بیشتر به دیگل و همکاران (۲۰۰۲) مراجعه شود.

۱.۲. مدل اثرهای تصادفی برای تحلیل داده‌های طولی از دیدگاه بیزی: یک روش برای مدل‌بندی داده‌های طولی مدل اثرهای تصادفی است که در آن با استفاده از اثرهای تصادفی همبستگی بین اندازه‌های مکرر در مدل‌بندی در نظر گرفته می‌شود. در مدل اثرهای تصادفی از متغیرهای پنهان برای مشخص‌سازی ناهمگنی خاصّ آزمودنی[4] و معرفی همبستگی بین برآمدهای وابسته که به همبستگی سری‌یی[5] برای داده‌های طولی معروف است، استفاده می‌کنند. فرض کنید که $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in_i}$ اندازه‌های مکرر برای فرد iام ، باشد. در مدل اثرهای تصادفی به شرط متغیرهای پنهان (یعنی b_i) برآمدهای $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in_i}$ در گروه i از هم مستقل و هم‌توزیع از یک مدل پارامتری مشخص هستند. مدل اثرهای تصادفی به صورت زیر است:

$$y_{ij} = x'_{ij}\beta + z'_{ij}b_i + \varepsilon_{ij} \ \ ; i = 1, \dots, n \, ; j = 1, \dots, n \tag{۱}$$

که در آن $\varepsilon_{ij} \sim^{i.i.d} N(0, \sigma_e^2)$ و x_{ij} بردار متغیر کمکی برای فرد i در زمان j برای بردار اثرهای ثابت β ، z_{ij} بردار متغیر کمکی برای فرد i در زمان j برای بردار اثرهای تصادفی b_i، با توزیع $N(0, D)$ باشند. معادلهٔ (۱) به صورت ماتریسی؛

$$Y_i = X_i\beta + z_i b_i + \varepsilon_i \tag{۲}$$

بیان می‌شود که در آن $Y_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in_i})'$، $\mathrm{X}'_i = (X'_{i1}, \dots, X'_{in_i})$، $Z'_i = (Z'_{i1}, \dots, Z'_{in_i})$ و $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{in_i})'$ تعریف می شوند. به سادگی می‌توان دید که میانگین و واریانس حاشیه‌ای متغیر تصادفی Y_i در معادلهٔ (۲) به صورت زیر است:

$$E(Y_i) = X_i\beta \, ,$$

$$Var(Y_i) = Z_i D Z'_i + \sigma_e^2 I_{n_i}.$$

کاملاً مشخص است که در این ساختار با در نظر گرفتن اثرهای تصادفی واریانس حاشیه‌ای به دو قسمت تجزیه‌پذیر است که $Z_i D Z'_i$ به واریانس درون آزمودنی اشاره می‌کند و $\sigma_e^2 I_{n_i}$ که به واریانس خطای آزمودنی‌ها اشاره می‌کند.

در این مقاله فرض می‌شود که اثرهای تصادفی $b_1, \dots, b_n$ بردارهای qبعدی، دارای توزیع نرمال $N_q(0, D)$ و از یکدیگر مستقل هستند. البته با استفاده از روش‌های MCMC می‌توان از فرض‌های توزیعی دیگر برای اثرهای تصادفی نیز استفاده کرد (کری، ۲۰۱۰). همچنین، نمونه‌گیری گیبز و الگوریتم متروپولیس‌هستینگز، روش‌های دیگری برای یافتن برآورد اثرهای تصادفی پسینی است. برای اطلاعات بیشتر به انزوفراس (۲۰۰۹) و وو (۲۰۱۰) مراجعه شود.

---
[1] Shifted model
[2] random effects model
[3] Marginal model
[4] Subject-specific
[5] Serial correlation

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

۲.۲. مدل‌های حاشیه‌ای برای تحلیل داده‌های طولی از دیدگاه بیزی: مجدداً فرض کنید $Y_{i۱}, Y_{i۲}, \dots, Y_{in_i}$ اندازه‌های مکرر در طول زمان باشد. در مدل اثرهای تصادفی، وابستگی بین اندازه‌های طولی از طریق اثرهای تصادفی در نظر گرفته می‌شود. در یک مدل حاشیه‌ای تأثیر رگرسیونی متغیرهای کمکی بر متغیر پاسخ جدا از همبستگی پاسخ‌های هر واحد مدل می‌شود و امید ریاضی حاشیه‌ای را به عنوان تابعی از متغیرهای کمکی مدل‌بندی می‌کنیم. در مدل‌های حاشیه‌ای امید ریاضی حاشیه‌ای پاسخ، $E(Y_{ij})$، با استفاده از یک تابع ربط به صورت $h(\mu_{ij}) = x'_{ij}\beta$ به متغیرهای کمکی x_{ij} وابسته است، که $h(.)$ یک تابع ربط معلوم است. یکی از شیوه‌های تحلیل مدل‌های حاشیه‌ای معادله‌های برآوردگر تعمیم یافته است که به وسیله لیانگ و زیگر (۱۹۸۶) معرفی شد. در این شیوه ساختار میانگین و همبستگی بدون فرض توزیعی مشخص می‌شود و این تحلیل وقتی فرض توزیعی برای پاسخ کاملاً مشخص نباشد، مفید است. در حالت کلی، تحت فرض توزیعی نرمال، مدل حاشیه‌ای برای $Y_i = (Y_{i۱}, Y_{i۲}, \dots, Y_{in_i})'$ می‌تواند به صورت $Y_i|\mu, \Sigma \sim N_{n_i}(\mu, \Sigma)$ در نظر گرفته شود که در آن $\mu_i = (\mu_{i1}, \dots, \mu_{in_i})'$ ، $\mu_i = x_i{}'\beta$ و $\sum$ یک ماتریس همیشه مثبت (معین مثبت[1]) دلخواه است. در ساختار بیزی این مدل، عدم حتمیت در مورد بردار پارامتر میانگین μ را می‌توان با استفاده از یک مدل نرمال چندمتغیره در نظر گرفت، به عبارت ساده‌تر می‌توان برای هر یک از مؤلفه‌های بردار μ (μ_j ; $j = ۱,۲, \dots, n_i$) چگالی پیشینی نرمال یک متغیره را در نظر گرفت. برای اطلاعات بیشتر در این زمینه به کریستنسن و همکاران (۲۰۱۱) مراجعه شود.

شایان گفتن است که معمولاً مدل‌های حاشیه‌ای با ساختارهای همبستگی مختلفی در نظر گرفته می‌شوند. یک مدل مشهور که از آن به عنوان ساختار همبستگی استفاده می‌شود، اتورگرسیو مرتبه‌ی اول ($AR(۱)$) است، که در آن فرض بر آن است که همبستگی با افزایش تأخیرها به طور نمایی کاهش می‌یابد، برای مثال برای $k = ۴$ ماتریس کوواریانس عبارت است از:

$$\Sigma = \sigma^{۲}\begin{pmatrix} ۱ & \rho & \rho^{۲} & \rho^{۳} \\ \rho & ۱ & \rho & \rho^{۲} \\ \rho^{۲} & \rho & ۱ & \rho \\ \rho^{۳} & \rho^{۲} & \rho & ۱ \end{pmatrix}. \qquad (۳)$$

مدل میانگین متحرک مرتبه‌ی اول ($MA(۱)$) ساختار کوواریانس دیگری بر مبنای مدل‌های سری‌های زمانی ارائه می‌دهد، این ساختار بر این مبنا است که تنها همبستگی غیرصفر در تأخیر اول رخ می‌دهد، به عبارتی با $k = ۴$ ماتریس کوواریانس عبارت است از:

$$\Sigma = \sigma^{۲}\begin{pmatrix} ۱ & \rho & ۰ & ۰ \\ \rho & ۱ & \rho & ۰ \\ ۰ & \rho & ۱ & \rho \\ ۰ & ۰ & \rho & ۱ \end{pmatrix}, \qquad (۴)$$

که در آن ρ ضریب همبستگی هر زمان با زمان پیش از آن است ($-۰/۵ < \rho < ۰/۵$) .

[1] Positive definite matrix

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

ترکیب مدل‌های $AR(۱)$ و $MA(۱)$ مدل اتورگرسیو -میانگین متحرک را نتیجه می‌دهد. در حالت خاص $ARMA(۱,۱)$ در تأخیر، دارای s همبستگی $\rho_s = \gamma\phi^{s-۱}$ است، برای $k = ۴$ این ماتریس کوواریانس به صورت؛

$$\Sigma = \sigma^۲ \begin{pmatrix} ۱ & \gamma & \gamma\phi & \gamma\phi^۲ \\ \gamma & ۱ & \gamma & \gamma\phi \\ \gamma\phi & \gamma & ۱ & \gamma \\ \gamma\phi^۲ & \gamma\phi & \gamma & ۱ \end{pmatrix} \qquad (۵)$$

است که در آن $۱ > \gamma > ۱-$ و $۱ > \phi > ۱-$.

در این مقاله هر سه مدل فوق با توزیع‌های پیشین ناآگاهی‌بخش و مستقل برای برآورد همه پارمترهای مدل، مورد استفاده قرار گرفته است. برای آشنایی بیشتر با این توزیع‌ها و پارامترهای آن به گنجعلی و باغفلکی (۱۳۹۶)، فصل دوم مراجعه فرمایید.

۲.۳. مدل‌های انتقالی برای تحلیل داده‌های طولی از دیدگاه بیزی: مدل‌های انتقالی روش دیگری برای تحلیل داده‌های طولی است. یک مدل انتقالی، همبستگی اندازه‌گیری‌های درون یک آزمودنی را با ساختار مارکوف مشخص می‌کند. یعنی، Y_{ij} به شرط اندازه‌گیری‌های $y_{i1}, \dots, y_{i(j-1)}$ مدل می‌شوند.

در مدل انتقالی مرتبه اول با فرض توزیعی نرمال، پاسخ $\mathbf{Y}_{ij}$ به شرط اندازه‌گیری‌های Y_{i1}، Y_{i2}، ...، Y_{in_i} به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$Y_{ij}|y_{i1}, \dots, y_{i(j-1)} \sim N(\mu_{ij}, \sigma^2) \qquad (۶)$$

که در آن

$$\mu_{ij} = x'_{ij}\beta + \gamma y_{i,j-1}.$$

در واقع این مدل مانند یک مدل مارکوف مرتبهٔ اول عمل می‌کند. برای مشخص کردن ساختار بیزی باید برای پارامترهای نامعلوم معادله (۶)، توزیع پیشینی در نظر گرفت. توزیع پیشینی برای این ضرایب رگرسیونی β به صورت $N(\mu_., \Sigma_.)$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین برای پارامتر نامعلوم $\sigma^۲$ توزیع به صورت $\sigma^2 \sim I\Gamma(a,b)$ در نظر گرفته می‌شود. پارامتر γ که به پارامتر پیوند معروف است، توزیعی پیشینی به صورت $\gamma \sim N(\mu_\gamma, \sigma^2_\gamma)$ را به خود تخصیص می‌دهد. توجه کنید که توزیع‌های پسینی کامل، به سادگی با استفاده از قضیه بیز محاسبه می‌شوند. ساختار بیزی مدل‌های انتقالی از مراتب بالاتر به سادگی با تعمیم مدل انتقالی مرتبه اول به دست می‌آید. مشاهده‌های طولی بالا را در نظر بگیرید، مدلی که در اینجا در نظر گرفته می‌شود. به صورت $Y_{ij}\,|h(y_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \sigma^۲)$ است که در آن $\mu_{ij} = x'_{ij}\beta + \gamma' h(y_{i,j})$ و $h(y_{i,j})$ به تاریخچه یا پاسخ‌های فرد i تا زمان j-1 اشاره می‌کند، به عبارتی $h(y_{i,j}) = \{y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{ij-1}\}$. برای مثال پارامتر میانگین برای مدل انتقالی مرتبهٔ دوم می‌تواند به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\mu_{ij} = x'_{ij}\beta + \gamma_1 y_{i,j-1} + \gamma_2 y_{i,j-2},$$

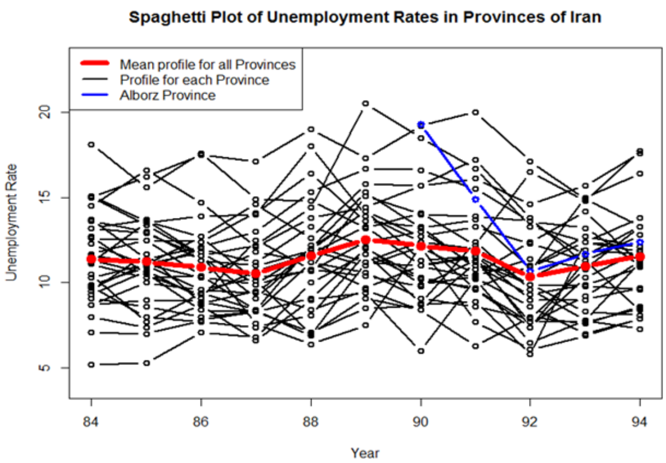
در این حالت توزیع پیشینی برای دو پارامتر پیوند جدید را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\gamma_1 \sim N(\mu_{\gamma_1}, \sigma^2_{\gamma_1}), \qquad \gamma_2 \sim N(\mu_{\gamma_2}, \sigma^2_{\gamma_2}).$$

۳- روش‌شناسی و تحلیل داده‌ها

در مقدمه اشاره شد که آمارهای مربوط به ساختار نیروی کار مبنای مهمی برای ارزیابی و تحلیل سیاست‌های اقتصادی و اجتماعی یک کشور است. آمارگیری از نیروی کار در ایران برای نخستین بار در سال ۱۳۱۸ در برخی از شهرهای مهم کشور انجام شد. سپس در سال‌های بعد، مرکز آمار ایران ضمن اجرای سرشماری‌های عمومی نفوس و مسکن سال‌های ۱۳۳۵تا ۱۳۸۵ آمار و اطلاعات اساسی مربوط به نیـروی انـسانی را جـمع‌آوری نموده و علاوه بر آن از سال ۱۳۷۶، طرح نمونه‌گیری ویژگی‌های اشتغال و بیکاری خانوار را نیز به اجرا درآورده است. از سال ۱۳۸۴ طرح آمارگیری از نیروی کار جایگزین طرح مذکور گردیده است که تا کنون انجام می‌شود. بنابراین داده‌های مورد استفاده در این مقاله نتایج آمارگیری نیروی کار مرکز آمار ایران طی سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۴ برای استان ها و کل کشور می‌باشند. در این بخش به تحلیل داده‌های سالانه نرخ بیکاری کل جمعیت در یک بازه ده ساله (سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۴) برای جمعیت بالای ده سال، کل کشور و به تفکیک استان‌ها، اقدام می‌شود. شایان گفتن است که در این مقاله برای سهولت در بیان و نوشتن اعداد مربوط به نرخ بیکاری از ضرب آن‌ها در عدد ۱۰۰ خوداری شده است. لذا خواننده باید توجه داشته باشد که صحیح آن است که نرخ‌های بیکاری را در عدد ۱۰۰ ضرب نماید.

۱.۳. تحلیل ابتدایی: پروفایل نرخ بیکاری جمعیت ده ساله و بیشتر، برای استان‌های مختلف در طول زمان در شکل ۱ نشان داده شده است. این شکل نرخ بیکاری برای هر استان در طول زمان را نشان می‌دهد. در این شکل برای هر استان نرخ بیکاری از سال ۸۴ تا ۹۴ را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است تقریباً نرخ بیکاری بین ۵ درصد تا حدود ۲۰ درصد تغییر می‌کند و روند خاصی در داده‌ها دیده نمی‌شود. علاوه بر این، در این شکل میانگین نرخ بیکاری در هر سال برای کل کشور با رنگ قرمز و ضخامت بیشتر نشان داده شده است که حدود ۱۱درصد است. از آنجا که نرخ بیکاری برای استان البرز از سال ۹۰ به بعد در دسترس قرار دارد، این استان را با رنگی متمایز نشان داده‌ایم.



شکل ۱. پروفایل طولی نرخ بیکاری در طول زمان برای استان‌های مختلف و میانگین همهٔ استان‌ها

شکل ۲ نمـودار پراکنش نرخ بیـکاری استان‌های مختلف برای سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۵ را نشان می‌دهد. آن‌چه که واضح است این است که یک رابطهٔ خطی بین نرخ بیکاری هر سال و سال قبل آن وجود دارد.

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

در این مقاله، ابتدا تعدادی متغیر کمکی شامل «اندازه جمعیت، نرخ مشارکت اقتصادی، نرخ باسوادی هر استان، نرخ جمعیت دارای تحصیلات تکمیلی، نرخ مشارکت زنان، میزان شهرنشینی و دلسردان (جمعیت افراد ناامید از یافتن کار)» نیز مورد مطالعه قرار گرفتند. براین اساس μ_{ij} در معادلهٔ (۷) به صورت اولیه زیر در نظر گرفته شد:

$$\mu_{ij} = B_0 + B_1 Dep_{ij} + B_2 Literacy_{ij} + B_3 Urban_{ij} + B_4 Eco_{ij} + B_5 Aliteracy_{ij} + B_6 Pop_{ij} + b_i$$

که در آن:

$$Y_{ij} \sim N(\mu_{ij}, \sigma^2) \quad , \quad \sigma^2 \sim I\Gamma(0/01, 0/01) \quad , \quad i = 1, \dots, 31 \quad j = 1, \dots, 11$$

$$b_i | \sigma_b^2 \sim N(0, \sigma_b^2) \quad , \quad \sigma_b^2 \sim I\Gamma(0/01, 0/01) \, , \, B_k \sim N(0, 0/01) \quad , \quad k = 0, 1, \dots, 6$$

منظور از نماد $I\Gamma$ توزیع گامای معکوس و Dep متغیر کمکی «دلسردان»، $Literacy$ «نرخ باسوادی هر استان»، $Urban$ «شهرنشینی»، Eco «نرخ مشارکت»، $Aliteracy$ «نرخ باسوادی بزرگسالان، ۳۰ سال و بالاتر» و Pop «جمعیت» است.
در این مدل y_{ij} نرخ بیکاری استان iام در سال jام است. همچنین پیش از برازش مدل، فرض نرمال بودن y_{ij} ها با استفاده از آزمون نرمال خی‌دو پیرسون[1] نیز مورد بررسی قرار گرفت. مقدار مشاهده شده آماره ۲۳/۶۳۶ و پی‌مقدار آزمون نیز ۰/۱۶۷۳ به دست آمد. البته پیش از آن، نمودار بافت نگار و q-q نیز این فرض را تایید اولیه کردند. برازش مدل معادله (۷) با حضور متغیرهای فوق، با استفاده از نرم افزار openbugs با ۲۰۰۰۰ تکرار انجام (۱۰۰۰۰ تکرار به عنوان دور ریز در نظر گرفته شد) و از معیار گلمن‌روبین برای بررسی همگرایی زنجیرها استفاده شده است. خلاصهٔ آماری این برازش در جدول ۲ گزارش شده است. همانطوری که از این جدول مشخص است هیچکدام از متغیرهای وارد شده به عنوان متغیر تبیینی معنی‌دار برآورد نشده‌اند.

جدول (۲): خلاصه آماری در خصوص برازش متغیرهای کمکی در مدل‌بندی نرخ بیکاری

پارامترها	برآورد	انحراف استاندارد	کران پایین بازه موثق ۹۵٪	کران بالا بازه موثق ۹۵٪	معیار گلمن‌روبین
عرض از مبدأ	۳/۵۰۰	۴/۰۰۰	-۴/۵۰۰	۱۱/۴۰۰	۱/۰۰۰
دلسردان	۰/۵۰۰	۰/۳۰۰	-۰/۱۰۰	۱/۲۰۰	۱/۰۰۰
نرخ باسوادی	-۰/۱۰۰	۰/۲۰۰	-۰/۴۰۰	۰/۲۰۰	۱/۰۰۰
میزان شهرنشینی	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	-۰/۱۰۰	۰/۱۰۰	۱/۰۰۰
مشارکت اقتصادی	۰/۲۰۰	۰/۱۰۰	۰/۰۰۰	۰/۳۰۰	۱/۰۰۰
نرخ باسوادی بزرگسالان	۰/۳۰۰	۰/۲۰۰	-۰/۱۰۰	۰/۸۰۰	۱/۰۰۰
اندازهٔ جمعیت	۰/۹۰۰	۲/۱۰۰	-۳/۱۰۰	۵/۰۰۰	۱/۰۰۰
واریانس خطا	۳/۸۰۰	۰/۴۰۰	۳/۱۰۰	۴/۶۰۰	۱/۰۰۰
واریانس اثرهای تصادفی	۵/۸۰۰	۱/۹۰۰	۳/۰۰۰	۱۰/۵۰۰	۱/۰۰۰

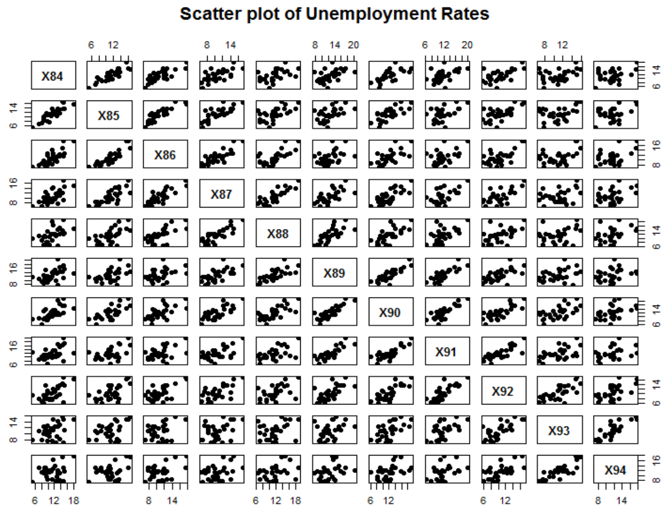
با توجه به نتایج جدول ۲ و معنی‌دار نبودن حضور متغیرهای کمکی مفروض در مدل، در این مطالعه به مدل‌بندی نرخ بیکاری به عنوان تنها متغیر موجود موثر در مدل پیشگو پرداخته می‌شود. در ادامه از مدل‌هایی که در بخش ۳ معرفی شدند، برای مدل‌بندی داده‌ها استفاده خواهد شد. برای این‌کار ابتدا به مدل‌بندی داده‌ها با استفاده از یک مدل حاشیه‌ای می‌پردازیم. همان‌طور که گفته شد برای این وضعیت مدل زیر را در نظر می‌گیریم.

[1] Pearson chi-square normality test

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

$$\boldsymbol{y}_{ij} = \boldsymbol{\mu}_{ij} + \boldsymbol{\mathcal{E}}_{ij}\ ,\ i = 1,2,\dots,31\ ,\ \mathrm{j} = 1,2,\dots,11 \qquad (۷)$$

با توجه به معنی‌دار نبودن حضور متغیرهای کمکی $\mu_{ij} = \mu_j$ و $\boldsymbol{\mathcal{E}}_i = (\mathcal{E}_{i1},\dots,\mathcal{E}_{i11})$، $\boldsymbol{\mathcal{E}}_i \sim N_{11}\left(\cdot\ ,\boldsymbol{\Sigma}\ \right)$ که در آن ماتریس Σ یک ماتریس ۱۱ × ۱۱ است که بر اساس ساختارهای مختلف معرفی شده در معادله‌های (۳)، (۴) و (۵)، تشکیل می‌شود. در ادامه به این ساختارها پرداخته می‌شود.



شکل۲. نمودار پراکنش نرخ بیکاری استان‌های ایران برای سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۵

۲.۳. تحلیل داده‌ها با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس AR(۱): در این بخش به تحلیل داده‌های نرخ بیکاری با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس AR(۱) می‌پردازیم. از آنجایی که در استنباط بیزی لازم است که توزیع پیشینی برای هر پارامتر نامعلوم در نظر بگیریم. برای $\mu_j \sim N(\mu_j^*, \sigma_j^*)$، $\sigma \sim I\Gamma(a,b)$ و $\rho \sim \cup(-1,1)$ در نظر گرفته شده است. پارامترهای توزیع پیشین طوری در نظر گرفته شده اند که توزیع پیشین بی اطلاع را نتیجه دهند، در این حالت a=b= ۰/۰۱ و $\mu_j^* = ۰$ و $\sigma_j^{۲} = ۱۰۰۰$ در نظر گرفته شده است. همچنین فرض استقلال توزیع‌های پیشین در نظر گرفته شده است. یعنی؛

$$\pi(\mu_1,\dots,\mu_{11}\ ,\sigma\ ,\rho) = \left(\prod_{j=1}^{11}\pi(\mu_j)\right)\ \times \pi(\rho) \times \pi(\sigma). \qquad (۸)$$

در این مـــــطالعه دو زنجیر MCMC به طول ۵۰/۰۰۰ تولید شده و با دور ریز ۲۵/۰۰۰ خلاصه‌های پسینی گزارش شده اســت. توجه کنید که معیار گلمن - روبین (گلمن و روبین، ۱۹۹۲) در این مطالعه بررســـی شــده و نتایج همگرایی زنجیرها را نشان داده‌اند. برای آشنایی با این روش ها به کری (۲۰۱۰) و لینک و بارکر (۲۰۱۰) مراجعه شود. خلاصه‌های پســینی برای این مدل در جدول ۳ گزارش شــده اســت. آنچه که این جدول نشــان می‌دهد معنی‌داری همه پارامترها و ضریب همبستگی ۰/۷۹۴ بین نرخ بیکاری سال‌های مختلف است که نشان‌دهندهٔ همبستگی بالای این مقادیر در طی زمان است.

توجه کنید که از آنجا که استان البرز از سال ۱۳۸۹ شکل گرفته و از سال ۱۳۹۰ دارای اطلاعات آماری است، مقادیری برای سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۴ برای این استان، با استفاده از روش داده‌افزایی تولید شده است. در این روش با فرض آنکه $y_{i,mis}$ مولفه‌های گمشده و $y_{i,obs}$ مولفه‌های مشاهده شده از پاسخ فرد i باشد، از توزیع

$$f(y_{i,mis} | y_{i,obs}, \sigma, \rho, \mu_j, j = ۱,\dots,۱۱)$$

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

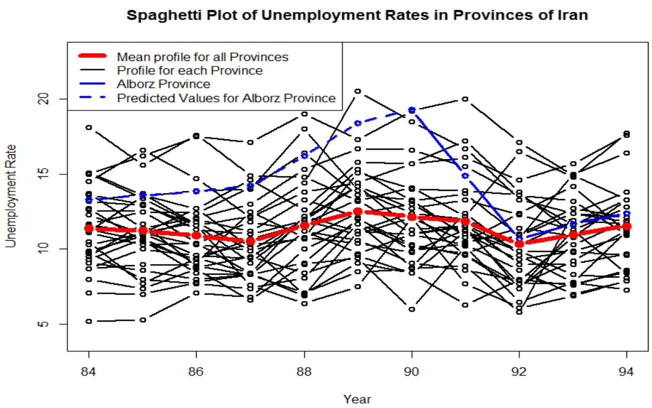
زنجیری تولید شده و در مدل میانگین مقادیر زنجیر به عنوان جانهی ا ستفاده می شود. برای مقایٍ سه مدلهای مختلف می‌توان از معیار DIC به شرح زیر استفاده کرد:

$$DIC = \overline{D} + \hat{P}_D. \qquad (۹)$$

که در آن $\overline{D} = \frac{-۲}{N}\sum_{k=۱}^{N} \log(f(\underline{y}|\hat{\theta}^{(k)}))$ که $\underline{y}$ به داده‌ها و $\hat{\theta}^{(k)}$ به مقدار پارامتر در تکرار kام اشـــاره دارند و $\hat{P}_D$ نیز به تعداد پارامترهای مؤثر اشاره می‌کند (برای اطلاعات بیشتر ضمیمهٔ ۱ را ببینید). توجه کنید که معیار DIC برای این مدل ۱۳۳۸ برآورد شـــده اســـت. همچنین، شـــکل ۳ پروفایل طولی نرخ بیکاری برای ســـال‌های ۸۴ تا ۹۴ برای ا ستان‌های مختلف به همراه میانگین با ا ستفاده از این مدل را نشان می‌دهد. همچنین در این شکل مقادیر پیش‌گویی شده برای استان البرز نیز با خط چین آبی رنگ نشان داده شده است.

جدول (۳): خلاصه‌های پسینی مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس AR(1)

پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	کران پایین بازه موثق ۹۵٪	کران بالای بازه موثق ۹۵٪
$\mu_۱$	۱۱/۴۳۷	۰/۵۲۹	۱۰/۴۰۰	۱۲/۴۸۰
$\mu_۲$	۱۱/۲۹۱	۰/۵۲۸	۱۰/۲۶۰	۱۲/۳۲۰
$\mu_۳$	۱۰/۹۸۰	۰/۵۲۸	۹/۹۴۶	۱۲/۰۲۰
$\mu_۴$	۱۰/۶۲۹	۰/۵۲۷	۹/۵۹۴	۱۱/۶۶۰
$\mu_۵$	۱۱/۷۰۷	۰/۵۲۷	۱۰/۶۸۰	۱۲/۷۴۰
$\mu_۶$	۱۲/۷۱۴	۰/۵۲۴	۱۱/۶۸۰	۱۳/۷۴۰
$\mu_۷$	۱۲/۱۵۸	۰/۵۲۲	۱۱/۱۴۰	۱۳/۱۸۰
$\mu_۸$	۱۱/۸۳۸	۰/۵۲۳	۱۰/۸۲۰	۱۲/۸۶۰
$\mu_۹$	۱۰/۳۴۳	۰/۵۲۶	۹/۳۱۹	۱۱/۳۷۰
$\mu_{۱۰}$	۱۰/۹۷۳	۰/۵۲۵	۹/۹۴۲	۱۲/۰۰۰
$\mu_{۱۱}$	۱۱/۵۴۶	۰/۵۲۳	۱۰/۵۲۰	۱۲/۵۸۰
σ	۲/۸۸۴	۰/۲۱۴	۲/۵۲۲	۳/۳۶۵
ρ	۰/۷۹۴	۰/۰۳۱	۰/۷۳۲	۰/۸۵۳



شکل۳. پروفایل طولی نرخ بیکاری برای سال‌های ۸۴ تا ۹۴ برای استان‌های مختلف به همراه میانگین با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس AR (1)

۳.۳. تحلیل داده‌ها با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس ARMA(1,1)

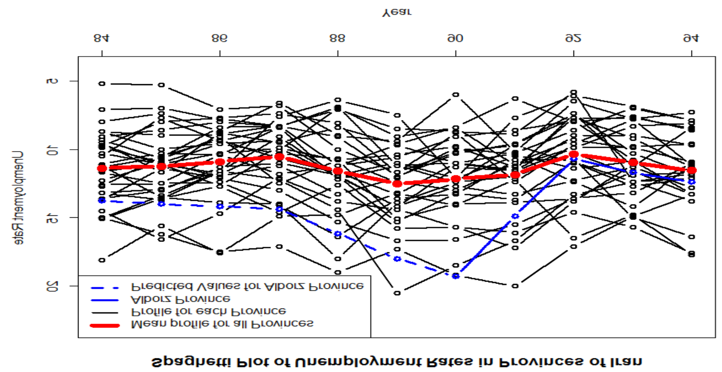
نتیجه تحلیل داده‌ها با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کواریانس ARMA(1,1) در جدول ۴ نشان داده شده است. همچنین، شکل ۴،

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

پروفایل طولی نرخ بیکاری استان‌های مختلف، برای سال‌های ۸۴ تا ۹۴ به همراه میانگین را با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس نشان می‌دهد. توجه کنید که DIC این مدل عدد ۱۳۳۴برآورد شده است.

جدول (۴): خلاصه‌های پسینی مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس ARMA(1,1)

پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	کران پایین بازه موثق ٪۹۵	کران بالای بازه موثق ٪۹۵
μ_1	۱۱/۴۵۷	۰/۵۲۳	۱۰/۴۳۰	۱۲/۴۹۰
μ_2	۱۱/۳۱۰	۰/۵۲۵	۱۰/۲۸۰	۱۲/۳۴۰
μ_3	۱۰/۹۹۲	۰/۵۲۱	۹/۹۷۳	۱۲/۰۳۰
μ_4	۱۰/۶۳۵	۰/۵۱۸	۹/۶۲۰	۱۱/۶۶۰
μ_5	۱۱/۷۰۳	۰/۵۱۷	۱۰/۷۰۰	۱۲/۷۲۰
μ_6	۱۲/۶۹۷	۰/۵۱۸	۱۱/۶۹۰	۱۳/۷۲۰
μ_7	۱۲/۱۵۴	۰/۵۱۵	۱۱/۱۵۰	۱۳/۱۷۰
μ_8	۱۱/۸۳۰	۰/۵۱۶	۱۰/۸۳۰	۱۲/۸۵۰
μ_9	۱۰/۳۳۳	۰/۵۱۷	۹/۳۳۰	۱۱/۳۵۰
μ_{10}	۱۰/۹۶۶	۰/۵۲۰	۹/۹۵۱	۱۱/۹۹۰
μ_{11}	۱۱/۵۳۷	۰/۵۲۰	۱۰/۵۲۰	۱۲/۵۶۰
σ^2	۸/۳۰۶	۱/۳۵۱	۶/۲۳۱	۱۱/۳۶۰
γ	۰/۷۹۱	۰/۰۳۴	۰/۷۲۲	۰/۸۵۵
Θ	۰/۱۴۵	۰/۰۷۱	۰/۰۰۴	۰/۲۸۰
$\emptyset$	۰/۸۴۴	۰/۰۳۵	۰/۷۷۱	۰/۹۰۶

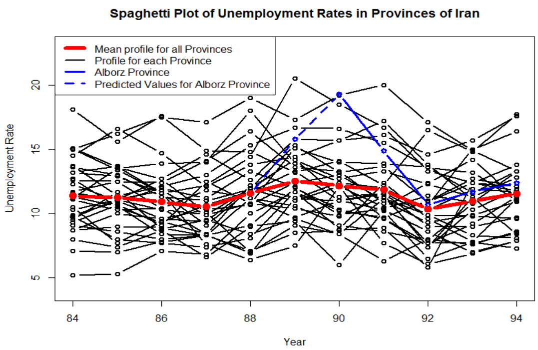


شکل ۴. پروفایل طولی نرخ بیکاری برای سال‌های ۸۴ تا ۹۴ برای استان‌های مختلف به همراه میانگین با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس ARMA (1,1)

۴.۳. تحلیل داده‌ها با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس MA(1): آخرین ساختاری که برای کوواریانس مدل حاشیه‌ای در تحلیل داده‌ها در نظر گرفته شده است، ساختار میانگین متحرک مرتبه اول است. نتیجه این تحلیل در جدول ۵ آورده شده است. همچنین پروفایل داده‌های نرخ بیکاری پیش‌بینی استان البرز در شکل ۵ آورده شده است. توجه کنید که DIC این مدل مقدار ۱۳۸۱ برآورده شده است

جدول (۵): خلاصه‌های پسینی مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس MA(1)

پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	کران پایین بازهٔ موثق ۹۵٪	کران بالای بازهٔ موثق ۹۵٪
μ_1 □	۱۱/۳۸۵	□۰/۴۶۶	۱۰/۴۷۰	۱۲/۳۱۰
μ_2 □	۱۱/۲۲۱	۰/۴۶۵	۱۰/۳۱۰	۱۲/۱۴۰
μ_3 □	۱۰/۸۸۷□	۰/۴۶۴	۹/۹۷۷	۱۱/۸۰۰
μ_4	□□۱۰/۵۱۷	۰/۴۶۶	۹/۶۰۱	۱۱/۴۳۰
μ_5	۱۱/۵۶۹	۰/۴۶۶	۱۰/۶۵۰	۱۲/۴۸۰
μ_6 □	۱۲/۶۴۵	۰/۴۶۴	۱۱/۷۳۰	۱۳/۷۴۰
μ_7	۱۲/۱۷۱□	□□□□□۰۰/۴۵۸	۱۱/۲۶۰	۱۳/۵۶۰
μ_8	۱۱/۸۴۵□□□	۰/۴۶۱	۱۰/۹۵۰	۱۳/۰۷۰
μ_9	۱۰/۳۴۶	□۰/۴۵۷	۹/۴۵۳	۱۲/۷۵۰
μ_{10}	۱۰/۹۷۶□	□۰/۴۶۴	۱۰/۰۷۰	۱۱/۲۴۰
μ_{11}	۱۱/۵۴۵□	□۰/۴۶۳	۱۰/۶۴۰	۱۱/۸۹۰
σ	۲/۵۵۶	□۰/۱۰۵	۲/۳۶۰	۱۲/۴۶۰
ρ	□۰/۴۳۳	۰/۰۱۵	۰۰/۴۰۰	۲/۷۶۹



شکل ۵. پروفایل طولی نرخ بیکاری برای سال‌های ۸۴ تا ۹۴ برای استان‌های مختلف به همراه میانگین با استفاده از مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس MA (1)

۵.۳. تحلیل داده‌ها با استفاده از مدل اثرهای تصادفی: مدل دیگری که برای تحلیل داده‌های نرخ بیکاری استان‌های مختلف استفاده شده است. همانطور که در معادله (۲) گفته شد، مدل اثرهای تصادفی به صورت؛

$$y_{ij} = \mu_j + b_i + \mathcal{E}_{ij}$$

است که در آن $\mathcal{E}_{ij} \sim N\left(o, \sigma^{۲}\right), b_i \sim N\left(o, \sigma_d^{۲}\right)$ همچنین توزیع‌های پیشین مستقل به صورت؛

$$\mu_j \sim N(0,1000)\ , j = 1,2, \dots, 11,$$

$$\sigma^2 \sim \mathrm{I}\,\Gamma\ (0/01\ ,0/01)$$

$$\sigma_d^2 \sim \mathrm{I}\,\Gamma\ (0/01\ ,0/01)$$

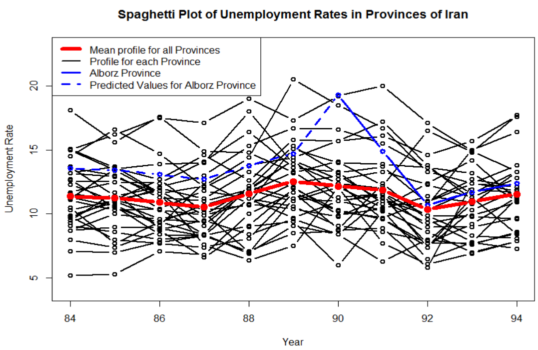
در نظر گرفته شده‌اند. نتایج این تحلیل در جدول ۶ گزارش شده است. همچنین پروفایل طولی داده‌های نرخ بیکاری و پیش‌بینی استان البرز در این مدل در شکل ۶ نشان داده شده است. با توجه به نتایج جدول ۶، برآورد μ_j در مدل اثرهای تصادفی، $j =$ ۱۱, ... ,۱، شباهت زیادی با این برآوردها در مدل‌های حاشیه‌ای، مندرج در جداول ۳ الی ۵، دارند. همچنین σ_d هم معنی‌دار است

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

که نشان دهنده وجود همبستگی بین مقادیر نرخ بیکاری هر سال و سالهای قبل است. در این مدل DIC مقدار ۱۳۸۰ برآورد شده است.

جدول (۶): خلاصه‌های پسینی مدل اثرهای تصادفی

پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	کران پایین بازه موثق ۹۵٪	کران بالای بازه موثق ۹۵٪
μ_{1} □	۱۱/۴۴۰	۰/۵۲۸	۱۰/۴۰۰	۱۲/۴۸۰
μ_{2} □	۱۱/۲۸۰	۰/۵۲۹	۱۰/۲۴۰	۱۲/۳۲۰
μ_{3}	۱۰/۹۴۹□	۰/۵۲۹	۹/۹۰۹	۱۱/۹۹۰
μ_{4}	□□ ۱۰/۵۷۷	۰/۵۲۹	۹/۵۳۹	۱۱/۶۱۰
μ_{5}	□۱۱/۶۲۳	۰/۵۲۹	۱۰/۵۸۰	۱۲/۶۶۰
μ_{6}	۱۲/۵۹۰	۰/۵۲۹	۱۱/۵۵۰	۱۳/۶۳۰
μ_{7}	۱۲/۱۵۰□	۰۰/۵۲۶	۱۱/۱۲۰	۱۳/۱۸۰
μ_{8}	□۱۱/۸۲۸□□	۰/۵۲۵	۱۰/۸۰۰	۱۲/۸۶۰
μ_{9}	۱۰/۳۳۲	۰/۵۲۵	۹/۲۹۸	۱۱/۳۷۰
μ_{10}	۱۰/۹۶۱□	۰/۵۲۵	۹/۹۳۰	۱۱/۹۹۰
μ_{11}	۱۱/۵۳۲□	۰/۵۲۶	۱۰/۵۰۰	۱۲/۵۶۰
σ	۳/۵۰۰	۰/۳۰۰	۳/۰۰۰	۴/۱۰۰
σ_d	۵/۰۰۰□	۱/۵۰۰	۲/۸۰۰	۸/۵۰۰



شکل۶. پروفایل طولی نرخ بیکاری برای سال‌های ۸۴ تا ۹۴ برای استان‌های مختلف به همراه میانگین با استفاده از مدل اثرهای تصادفی

۶.۳. تحلیل داده‌های نرخ بیکاری با استفاده از مدل انتقالی مرتبه اول: با توجه به معادله (۶) می‌توان مدل انتقالی مرتبه اول برای تحلیل داده‌های نرخ بیکاری را به صورت زیر تعریف کرد؛

$$y_{ij} = \mu_j + \gamma_{j-1} y_{ij-1} + \mathcal{E}_{ij} \ , j = 2,3, \dots ,11$$

و

$$y_{i1} = \mu_1 + \mathcal{E}_{i1}$$

است که در آن $\mathcal{E}_{ij} \sim N(o, \sigma^2)$ در نظر گرفته شده است. در ساختار بیزی توزیع پیشینی مستقل به صورت؛

$$\mu_j \sim N(0{,}1000) \ , \qquad j = 1,2, \dots ,11$$

$$\gamma_{j-1} \sim N(0{,}1000) \ , \qquad j = 2, \dots ,11$$

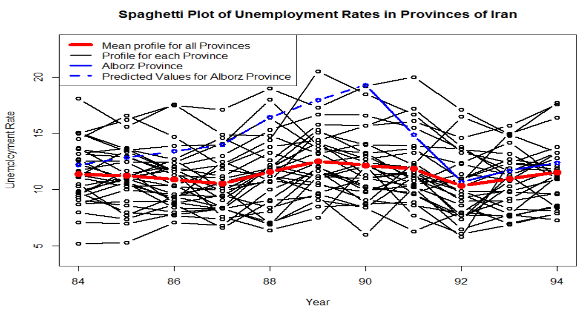
$$\sigma^2 \sim \mathrm{I\Gamma}\ (0/01\ , 0/01)$$

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

نتیجهٔ این تحلیل در جدول ۷ گزارش شده است. همچنین شکل ۷ پروفایل‌های طولی مدل با استفاده از این مدل پیشنهادی را نشان داده شده است. توجه کنید DIC این مدل مقدار ۱۳۶۴ برآورده شده است. همچنین شایان گفتن است که مقادیر برآورده شده، در این مدل معنی‌دار برآورد شده‌اند که به معنی پیوند شدید نرخ بیکاری هر سال به سال قبل آن است.

جدول (۷): خلاصه‌های پسینی مدل انتقالی مرتبه اول

پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	کران پایین بازه موثق ٪۹۵	کران بالای بازه موثق ٪۹۵
$\mu_۱$	۱۱/۴۱۵	۰/۳۳۹	۱۰/۷۵۰	۱۲/۰۸۰
$\mu_۲$	۱/۶۱۷	۱/۴۴۷	-۱/۲۳۴	۴/۴۴۵
$\mu_۳$	۱/۴۴۰	۱/۵۰۸	-۱/۵۶۴	۴/۳۵۸
$\mu_۴$	۱/۵۱۸	۱/۴۶۶	-۱/۳۹۹	۴/۴۰۰
$\mu_۵$	۱/۲۸۰	۱/۴۱۵	-۱/۵۱۶	۴/۰۳۷
$\mu_۶$	۴/۷۴۸	۱/۲۷۷	۲/۲۴۱	۷/۲۴۶
$\mu_۷$	۰/۲۹۳	۱/۴۹۴	-۲/۶۵۷	۳/۲۴۰
$\mu_۸$	۲/۸۵۶	۱/۲۷۰	۰/۳۷۶	۵/۳۷۳
$\mu_۹$	۱/۲۹۵	۱/۳۷۶	-۱/۴۵۶	۳/۹۴۴
$\mu_{۱۰}$	۴/۸۱۵	۱/۲۳۵	۲/۳۸۵	۷/۲۵۳
$\mu_{۱۱}$	۲/۰۴۸	۱/۵۲۸	-۰/۹۳۶	۵/۰۳۴
σ	۳/۴۶۱	۰/۲۷۹	۲/۹۵۹	۴/۰۵۰
$\gamma_۱$	۰/۸۴۷	۰/۱۲۴	۰/۶۰۵	۱۰/۰۹۰
$\gamma_۲$	۰/۸۴۶	۰/۱۳۱	۰/۵۹۳	۱۰/۱۰۵
$\gamma_۳$	۰/۸۳۰	۰/۱۳۱	۰/۵۷۳	۱/۰۹۰
$\gamma_۴$	۰/۹۸۲	۰/۱۳۰	۰/۷۲۹	۱/۲۳۹
$\gamma_۵$	۰/۶۷۹	۰/۱۰۶	۰/۴۷۳	۰/۸۸۶
$\gamma_۶$	۰/۹۳۴	۰/۱۱۵	۰/۷۰۹	۱/۱۶۱
$\gamma_۷$	۰/۷۳۹	۰/۱۰۱	۰/۵۳۹	۰/۹۳۶
$\gamma_۸$	۰/۷۶۸	۰/۱۱۳	۰/۵۴۸	۰/۹۹۰
$\gamma_۹$	۰/۵۹۵	۰/۱۱۵	۰/۳۷۰	۰/۸۲۱
$\gamma_{۱۰}$	۰/۸۶۵	۰/۱۳۶	۰/۶۰۰	۱/۱۳۱



شکل ۷. پروفایل طولی نرخ بیکاری برای سال‌های ۸۴ تا ۹۴ برای استان‌های مختلف به همراه میانگین با استفاده از مدل انتقالی مرتبهٔ اول

۷.۲. تحلیل داده‌های نرخ بیکاری با استفاده از مدل انتقالی مرتبهٔ دوم : برای تحلیل این داده‌ها مدلی به صورت زیر در نظر گرفته شده است..

$$y_{i1} = \mu_1 + \mathcal{E}_{ij}$$

$$y_{i2} = \mu_2 + \gamma_1\, y_{i1} + \mathcal{E}_{ij}$$

$$y_{ij} = \mu_j + \gamma_{j-1}\;\; y_{ij-1} + \alpha_{j-2}\, y_{ij-2} + \mathcal{E}_{ij}$$

$$j = 3,4,\dots,11.$$

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

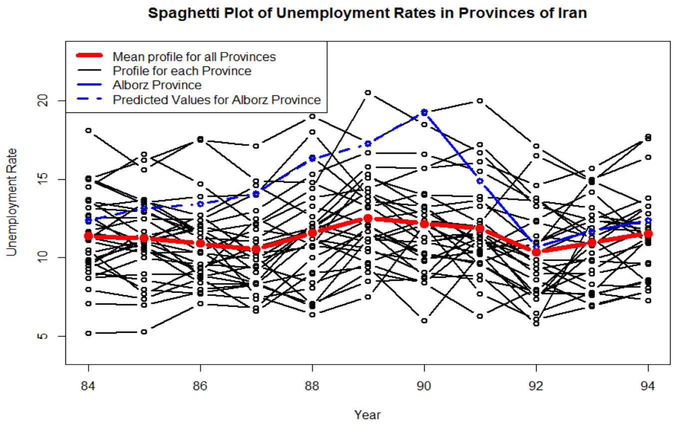
که در آن $\mathcal{E}_{ij} \sim N\left(o, \sigma^{۲}\right)$ ، برای ساختار بیزی توزیع‌های پیشینی مستقل به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\mu_j \sim N(0{,}1000)\ , \qquad j = 1,2,\dots,11$$
$$\gamma_j \sim N(0{,}1000)\ , \qquad j = 1,2,\dots,10$$
$$\alpha_j \sim N(0{,}1000)\ , \qquad j = 1,2,\dots,9$$
$$\sigma \sim \mathrm{I}\Gamma\left(0/01\ , 0/01\right)$$

نتیجهٔ این تحلیل در جدول ۸ گزارش شده است که نشان می‌دهد در اغلب موارد نرخ بیکاری هر سال تنها به سال قبل آن وابسته است. یعنی در واقع یک مدل انتقالی مرتبهٔ اول برای تحلیل این داده‌های کافی است. پروفایل طولی نرخ بیکاری هر استان و پیش‌بینی استان البرز در شکل ۸، نشان داده شده است. همچنین DIC این مدل مقدار ۱۳۷۰ است.

جدول (۸): خلاصه‌های پسینی مدل انتقالی مرتبهٔ دوم

پارامتر	میانگین	انحراف استاندارد	کران پایین بازه موثق ٪۹۵	کران بالای بازه موثق ٪۹۵
μ_{1}	۱۱/۴۱۹	۰/۳۳۹	۱۰/۷۶۰	۱۲/۰۸۰
μ_{2}	□۱/۷۱۶	۱/۴۶۲	۱/۱۴۴	۴/۵۶۶
μ_{3}	□□□۱/۲۸۵	۱/۵۳۷	۱/۷۳۱	۴/۳۰۵
μ_{4}	۱/۱۴۸	۱/۵۳۲	-۱/۸۳۹	۴/۱۷۳
μ_{5}	□۱/۱۶۰	۱/۵۱۸	-۱/۸۴۹	۴/۱۰۵
μ_{6}	□۴/۱۸۴	۱/۴۳۸	۱/۳۵۰	۷/۰۰۶
μ_{7}	□□۰/۰۰۵	۱/۵۰۹	-۲/۹۴۴	۲/۹۲۳
μ_{8}	□۱/۴۷۵	۱/۵۲۰	-۱/۵۲۷	۴/۴۳۷
μ_{9}	□۰/۸۱۷	۱/۳۹۶	-۱/۸۹۲	۳/۵۴۳
μ_{10}	۵/۱۲۹	۱/۳۹۳	۲/۳۹۶	۷/۸۵۰
μ_{11}	□۲/۰۸۸	۱/۵۳۶	۰/۹۳۱	۵/۰۷۹
σ	□۳/۴۵۶	۰/۲۸۱	۲/۹۵۰	۴/۰۵۲
γ_{1}	۰/۸۳۹	۰/۱۲۵	۰/۵۹۵	۱/۰۸۲
γ_{2}	۰/۷۵۸	۰/۲۵۲	۰/۲۵۳	۱/۲۵۰
γ_{3}	۰/۵۷۳	۰/۲۶۱	۰/۰۵۳	۱/۰۶۸
γ_{4}	۰/۹۳۶	۰/۲۱۳	۰/۵۲۲	۱/۳۷۰
γ_{5}	□۰/۴۸۵	۰/۱۸۶	۰/۱۲۱	۰/۸۵۳
γ_{6}	□۰/۷۸۳	۰/۱۷۲	۰/۴۵۱	۱/۱۲۳
γ_{7}	۰/۴۶۳	۰/۱۹۶	۰/۰۸۲	۰/۸۵۶
γ_{8}	□۰/۵۷۵	۰/۱۹۰	۰/۲۰۳	۰/۹۴۸
γ_{9}	□۰/۶۵۵	۰/۱۸۸	۰/۲۸۱	۱/۰۲۴
γ_{10}	۰/۸۷۷	۰/۱۹۳	۰/۵۰۷	۱/۲۵۷
α_{1}	۰/۰۹۹	۰/۲۴۹	-۰/۳۸۱	۰/۶۰۴
α_{2}	□۰/۲۸۳	۰/۲۵۷	۰/۲۱۱	۰/۷۸۷
α_{3}	۰/۰۵۵	۰/۲۲۱	-۰/۳۸۸	۰/۴۷۵
α_{4}	□۰/۲۶۵	۰/۲۲۴	-۰/۱۷۵	۰/۷۰۵
α_{5}	۰/۱۹۱	۰/۱۵۷	-۰/۱۲۶	۰/۴۹۲
α_{6}	۰/۳۷۳	۰/۲۲۲	-۰/۰۶۸	۰/۷۹۸
α_{7}	□۰/۲۲۴	۰/۱۷۳	-۰/۱۱۲	۰/۵۶۵
α_{8}	-۰/۰۷۹	۰/۱۸۵	-۰/۴۴۶	۰/۲۸۵
α_{9}	□-۰/۰۱۶	۰/۱۶۴	-۰/۳۳۸	۰/۳۰۳



شکل ۸. پروفایل طولی نرخ بیکاری برای سال‌های ۸۴ تا ۹۴ برای استان‌های مختلف به همراه میانگین با استفاده از مدل انتقالی مرتبهٔ دوم

در تمامی تحلیل‌هایی که انجام شده‌اند، همان‌طور که اشاره شد با استفاده از دو زنجیر با مقادیر اولیه متفاوت با طول حداقل ۵۰/۰۰۰ و دور ریز ۲۵/۰۰۰ و با استفاده از معیار گلمن – روبین همگرایی زنجیرها بررسی شده است.
آنچه از نتایج کاملاً واضح است این است که بر مبنای معیار DIC، مدل حاشیه‌ای با ساختار ARMA(1,1) به عنوان بهترین مدل برازش شده به داده‌ها شناخته می‌شود زیرا دارای کوچکترین مقدار DIC است. در جدول ۹ خلاصه‌ای از مقادیر DIC مدل‌ها ارائه شده است.

جدول (۹): مقایسه معیار DIC در مدلهای مختلف

انواع مدل	DIC
مدل حاشیه‌ای با ساختار همبستگی AR(1)	۱۳۳۸
مدل حاشیه‌ای با ساختار همبستگی ARMA(1,1)	۱۳۳۴
مدل حاشیه‌ای با ساختار همبستگی MA(1)	۱۳۸۱
مدل اثرهای تصادفی	۱۳۸۰
مدل انتقالی مرتبهٔ اول	۱۳۶۴
مدل انتقالی مرتبهٔ دوم	۱۳۷۰

۸.۳. پیش‌گویی نرخ بیکاری برای سال ۱۳۹۵: با توجه به تحلیل‌های صورت گرفته و نتایج مشاهده شده، معلوم شد که مدل حاشیه‌ای با ساختار ARMA(1,1) مطابق با معادلهٔ (۵)، بهترین مدل برازش شده به داده‌های مربوط به نرخ بیکاری از سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۹۴ است. البته توجه کنید که برای بیش از یک سال نیز می‌توان با همین روال پیش‌گویی را انجام داد، البته واضح است که از دقت پیش‌گویی کاسته می‌شود.
قبل از شروع بحث لازم است که مجددا توجه کنیم که مدلی که در نظر گرفتیم به صورت؛

$$\mu_j | \mu, \Sigma \sim N_{11}(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$$

که در آن $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, \dots, y_{i11})$ و $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{11})$ و ماتریس Σ دارای ساختار ARMR(1,1) است.
در این مرحله آزمون فرض

$$\mathrm{H}_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{11} = \mu^*$$
$$\mathrm{H}_1: \mu_i \neq \mu_i \qquad \forall i \neq j$$

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

به صورت بیزی و با استفاده از عامل بیزی، (گیمنز و همکاران، ۲۰۰۹)، به صورت؛

$$BF_{10} = \frac{\int_{\mathfrak{S}_1} f\,(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{\mu}, \Sigma)\ \ \pi\,(\boldsymbol{\mu},\ \Sigma)\, d\boldsymbol{\mu}\ \ d\Sigma}{\int_{\mathfrak{S}_0} f\,(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{\mu}^*, \Sigma)\ \ \pi\,(\boldsymbol{\mu},\ \Sigma)\, d\boldsymbol{\mu}\ \ d\Sigma}$$
$$= \frac{\int_{\Sigma}\int_{\mu} f\,(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{\mu}, \Sigma)\ \ \pi\,(\boldsymbol{\mu})\ \pi\,(\Sigma)\, d\boldsymbol{\mu}\ \ d\Sigma}{\int_{\Sigma}\int_{\mu^*} f\,(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{\mu}^*, \Sigma)\ \pi\,(\boldsymbol{\mu}^*)\ \pi\,(\Sigma)\, d\mu^*\ \ d\Sigma}$$

انجام می‌شود. تحت فرض H_0

$$\begin{pmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{i11} \end{pmatrix} |_{\mu^*, \Sigma} \sim N\,(\mu^*\, 1_{11}\ \ , \Sigma) \qquad (۱۰)$$

و

$$\mu^* \sim N\,(\mu_0\ \ , \sigma_0^2)\ \ ,$$

و لذا حاصل انتگرال $\int_{\mu^*} f\,(\boldsymbol{y} \mid \mu^*, \Sigma)\ \pi\,(\boldsymbol{\mu}^*)\, d\mu^*$ دارای توزیع نرمال به صورت زیر است:

$$\bar{y} \mid \Sigma\ \sim N\,\left(\mu_0 1_{11}\, , \sigma_0^2\ \ I_{11} + \Sigma/_n\right)$$

که در آن 1_{11} یک بردار با مؤلفه‌های ۱ و به طول ۱۱ و I_{11} یک ماتریس مربعی ۱۱ × ۱۱ با مؤلفه‌های ۱ هستند.

تحت فرض H_1

$$\begin{pmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{i11} \end{pmatrix} |_{\boldsymbol{\mu}, \Sigma} \sim N\,(\boldsymbol{\mu}\ \ , \Sigma)$$

و $\boldsymbol{\mu} \sim N_{11}\ \left(\boldsymbol{\mu}_0\ ,\ \Sigma_0\right)$ و لذا

$$\bar{y} \mid \Sigma\ \sim N_{11}\ \left(\mu_0\ \ , \Sigma_0 + \Sigma/_n\right)$$

است بنابراین عامل بیزی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$BF_{10} = \frac{\int_{\Sigma} f_1\,(\bar{y} \mid \Sigma)\ \ \pi\,(\Sigma)\, d\Sigma}{\int_{\Sigma} f_0\,(\bar{y} \mid \Sigma)\ \ \pi\,(\Sigma)\ d\Sigma} \qquad (۱۱)$$

که انتگرال‌های این عبارت به صورت عددی و با روش انتگرال‌گیری مونت‌کارلویی با استفاده از نرم افزار R حل می‌شوند. در روش مونت‌کارلویی مقدار انتگرال با نمونه‌گیری‌های مکرر از تابع چگالی π تقریب می شود که هر چه اندازهٔ این نمونه‌ها بیشتر باشد تقریب بهتری تهیه می‌شود و معمولاً n>۱۰۰۰ در نظر گرفته می‌شود (بُل استاد، ۲۰۱۰). در مجموعه داده‌های نرخ بیکاری با در نظر گرفتن n=۳۰۰۰۰ برای حل عددی معادلهٔ (۱۱) خواهیم داشت؛

$$BF_{10} = 4/529\ \times 10^{-14}$$

و $log_{10}\left(BF_{10}\right) = -۱۳/۳۴$ به دست آمده است که گواهی قوی برای پذیرش فرض $H_0: \mu_1, \dots, \mu_{11} = \mu^*$ وجود دارد. با پذیرش این فرض به پیش‌گویی نرخ بیکاری برای سال ۱۳۹۵ خواهیم پرداخت. برای این‌کار با توجه به معادلهٔ

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

(۱۰) از $E\left(y_{۹۵} \mid y_{۸۴}, \dots, y_{۹۴}\right)$استفاده می‌کنیم. از آنجا که فرض برابری میانگین پذیرفته شده است تحت این فرض و با توجه به معادلهٔ (۱۰)، $\boldsymbol{y}_i \mid \mu, \Sigma \sim N(\mu, \Sigma)$ است که در آن $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{۱۱} & \Sigma_{۱۲} \\ \Sigma_{۲۱} & \Sigma_{۲۲} \end{bmatrix}$ و لذا

$$E\left[y_{i,۹۵} \mid y_{i,۸۴}, \dots, y_{i,۹۴}, \hat{\mu}, \hat{\Sigma}\right] = \hat{\mu} + \hat{\Sigma}_{۱۲}\ \hat{\Sigma}_{۲۲}^{-1}\left(y_{i(-۹۵)} - \hat{\mu}\mathbf{1}_{۱۱}\right), i = ۱, \dots, ۳۱ \qquad (۱۲)$$

بنابراین با استفاده از مقدار امید ریاضی می‌توان مقادیر آتی را پیش‌گویی کرد که در جدول ۹ گزارش شده است. روش دیگری که برای پیش‌گویی مقادیر آتی استفاده می‌شود، روش استفاده از توزیع پیش‌گوی پسینی است. توزیع پیش‌گوی پسینی، توزیع مقادیر غیر مشاهده به شرط مقادیر مشاهده شده است.
در این روش ابتدا توزیع $y_{i,95} \mid y_{i,84}, \dots, y_{i,94}, \hat{\mu}, \hat{\Sigma}$ را یافته و سپس به کمک آن، توزیع نمونه‌ای تولید و به عنوان پیش‌گویی استفاده می‌کنیم. با استفاده از ویژگی‌های توزیع شرطی داریم:

$$Y_{i,۹۵} \mid Y_{i,۸۴}, \dots, Y_{i,۹۴}, \hat{\mu}, \hat{\Sigma} \sim N\left(\hat{\mu}_{۹۵|\dots}, \hat{\Sigma}_{۹۵|\dots}\right), \qquad (۱۳)$$

$$\hat{\mu}_{۹۵|\dots} = \hat{\mu} + \hat{\Sigma}_{۱۲}\hat{\Sigma}_{۲۲}^{-۱}\left(y_{i(-۹۵)} - \hat{\mu}\mathbf{1}_{۱۱}\right),$$

$$\hat{\Sigma}_{۹۵|\dots} = \hat{\Sigma}_{۱۱} - \hat{\Sigma}_{۱۲}\hat{\Sigma}_{۲۲}^{-۱}\hat{\Sigma}_{۲۱}.$$

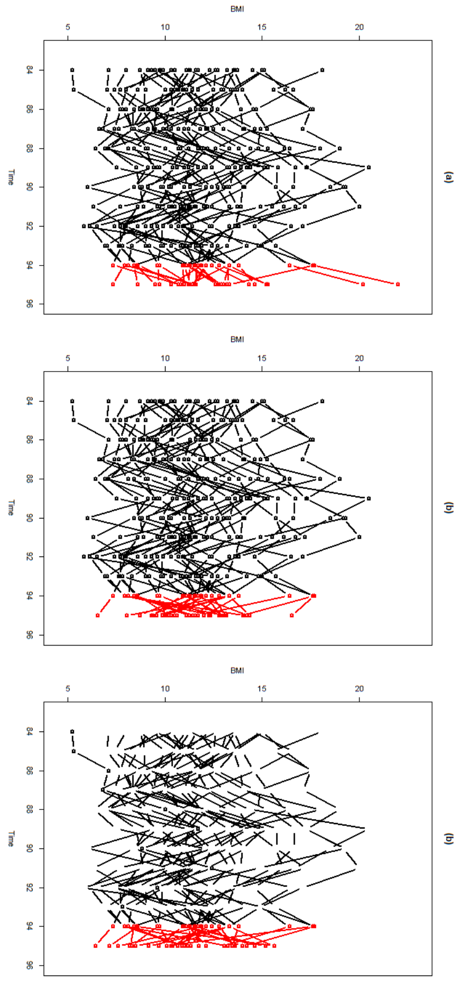
در این حالت از این توزیع پیشگو نمونه تولید کرده و از آن برای پیشگویی سال ۹۵ استفاده می‌کنیم. در ادامه دو روش پیشنهادی برای پیشگویی نرخ بیکاری در سال ۹۵ با هم مقایسه خواهند شد.
شکل ۹، پروفایل پیش‌گویی نرخ بیکاری سال ۹۵ با استفاده از بهترین مدل ارزیابی‌شده، یعنی مدل حاشیه‌ای با ساختار کوواریانس ARMA(1,1)، را با استفاده از دو روش پیشگویی شده با میانگین و توزیع پیشگو در مقایسه با داده‌های مشاهده شده نشان می‌دهد. جدول ۱۰ مقادیر پیش‌گویی با دو روش و نیز داده‌های واقعی نرخ بیکاری سال ۱۳۹۵ مشاهده شده از آمارگیری نیروی کار را برای استان‌های کشور نشان می‌دهد. همچنین در این جدول اریبی مشاهده شده از مقایسه میان مقادیر مشاهده شده و پیش‌گویی شده آمده است. در این روش به توجه به اریبی، معیار اریبی ۱۲ استان با استفاده از روش پیشگویی با میانگین اریبی کمتر و برای ۱۹ استان توزیع پیشگو عملکرد بهتری را داشته است و لذا برای سنجش عملکرد این دو روش باید معیاری در نظر گرفته شود که به طور کلی تصمیم‌گیری کنیم.

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

جدول (۱۰): پیش‌گویی و داده‌های واقعی نرخ بیکاری سال ۹۵

استان	مقادیر مشاهده شده	مقادیر پیش‌گویی‌شده با میانگین	مقادیر پیش‌گویی‌شده با توزیع پیشگو	اریبی پیش‌گویی‌شده با میانگین	اریبی پیش‌گویی‌شده با توزیع پیشگو
آذربایجان شرقی	۱۰٫۸۰	۶٫۵۴	۶٫۴۱	-۴٫۲۶	-۴٫۳۹
آذربایجان غربی	۱۱٫۰۰	۹٫۳۸	۹٫۶۹	-۱٫۶۲	-۱٫۳۱
اردبیل	۱۵٫۳۰	۱۱٫۵۳	۱۳٫۵۶	-۳٫۷۷	-۱٫۷۴
اصفهان	۱۴٫۶۰	۱۲٫۰۱	۱۳٫۴۶	-۲٫۵۹	-۱٫۱۴
البرز	۱۴٫۳۰	۱۳٫۱۴	۱۳٫۶۱	-۱٫۱۶	-۰٫۶۹
ایلام	۱۱٫۶۰	۱۴٫۲۱	۱۴٫۶۳	۲٫۶۱	۳٫۰۳
بوشهر	۱۱٫۳۰	۱۲٫۲۶	۱۰٫۳۲	۰٫۹۶	-۰٫۹۸
تهران	۱۱٫۶۰	۱۳٫۰۹	۱۱٫۰۰	۱٫۴۹	-۰٫۶۰
چهارمحال وبختیاری	۲۰٫۲۰	۱۱٫۷۱	۱۳٫۰۶	-۸٫۴۹	-۷٫۱۴
خراسان جنوبی	۱۰٫۷۰	۱۰٫۱۹	۷٫۱۳	-۰٫۵۱	-۳٫۵۷
خراسان رضوی	۱۳٫۲۰	۹٫۵۵	۸٫۴۸	-۳٫۶۵	-۴٫۷۲
خراسان شمالی	۱۱٫۲۰	۸٫۰۲	۹٫۱۶	-۳٫۱۸	-۲٫۰۴
خوزستان	۱۲٫۷۰	۱۲٫۷۹	۱۵٫۱۹	۰٫۰۹	۲٫۴۹
زنجان	۹٫۷۰	۱۰٫۰۶	۸٫۲۸	۰٫۳۶	-۱٫۴۲
سمنان	۸٫۶۰	۱۱٫۲۶	۸٫۱۹	۲٫۶۶	-۰٫۴۱
سیستان وبلوچستان	۱۲٫۹۰	۱۰٫۳۱	۱۱٫۷۵	-۲٫۵۹	-۱٫۱۵
فارس	۱۱٫۴۰	۱۲٫۸۵	۱۰٫۶۴	۱٫۴۵	-۰٫۷۶
قزوین	۱۱٫۶۰	۱۱٫۱۱	۱۱٫۷۲	-۰٫۴۹	۰٫۱۲
قم	۱۱٫۲۰	۱۰٫۶۰	۱۱٫۱۶	-۰٫۶۰	-۰٫۰۴
کردستان	۱۵٫۲۰	۹٫۸۵	۱۰٫۳۲	-۵٫۳۵	-۴٫۸۸
کرمان	۱۱٫۵۰	۱۴٫۱۱	۱۳٫۲۳	۲٫۶۱	۱٫۷۳
کرمانشاه	۲۲٫۰۰	۱۴٫۰۰	۱۰٫۰۹	-۸٫۰۰	-۱۱٫۹۱
کهگیلویه وبویراحمد	۱۳٫۳۰	۱۶٫۵۲	۱۴٫۲۰	۳٫۲۲	۰٫۹۰
گلستان	۱۲٫۶۰	۹٫۳۰	۷٫۵۷	-۳٫۳۰	-۵٫۰۳
گیلان	۱۱٫۳۰	۱۳٫۰۵	۱۳٫۹۸	۱٫۷۵	۲٫۶۸
لرستان	۱۳٫۰۰	۱۴٫۳۵	۱۵٫۶۴	۱٫۳۵	۲٫۶۴
مازندران	۱۱٫۶۰	۱۰٫۰۱	۱۱٫۳۱	-۱٫۵۹	-۰٫۲۹
مرکزی	۷٫۳۰	۱۲٫۳۳	۱۰٫۸۹	۵٫۰۳	۳٫۵۹
هرمزگان	۱۰٫۳۰	۱۰٫۵۰	۱۰٫۴۰	۰٫۲۰	۰٫۱۰
همدان	۹٫۵۰	۱۱٫۴۳	۱۵٫۶۴	۱٫۹۳	۶٫۱۴
یزد	۱۲٫۸۰	۸٫۶۹	۱۲٫۱۱	-۴٫۱۱	-۰٫۶۹

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]



شکل ۹. نمودار پروفایل پیش‌گویی نرخ بیکاری سال ۹۵. (a): مقادیر پیشگویی شده با استفاده از توزیع پسین پیشگو، (b): با استفاده از میانگین شرطی پسینی، (c): داده‌های مشاهده شده.

برای مقایسهٔ مقادیر مشاهده‌شده و مقادیر پیش‌گویی‌شده معیارهای زیر پیشنهاد شده است (پینیرو و همکاران، ۲۰۰۸):

$$RMSD=\sqrt{\frac{۱}{n-۱}\sum_{i=۱}^{n}(\hat{y}_i-y_i)^{۲}},$$

$$RMAD=\sqrt{\frac{۱}{n-۱}\sum_{i=۱}^{n}|\hat{y}_i-y_i|},$$

$$RMedSD=\sqrt{\frac{n}{n-۱}\operatorname{median}_i(\hat{y}_i-y_i)^{۲}},$$

$$RMedAD=\sqrt{\frac{n}{n-۱}\operatorname{median}_i|\hat{y}_i-y_i|}.$$

معیارها به ترتیب ریشهٔ دوم میانگین توان دوم انحرافه، ریشهٔ دوم میانگین قدرمطلق انحرافه، ریشهٔ دوم میانه توان دوم انحرافه و ریشـــهٔ دوم میانهٔ قدرمطلق انحرافه هســـتند. دو معیار دوم در واقع معادل دو معیار اول ولی با حذف اثر دورافتادگی است. این معیارها برای مقادیر پیش‌گویی شده در جدول ۱۱ گزارش شده‌اند که نشان می‌دهد که هر دو مدل پیش‌گویی بسیار شبیه به هم هستند (در اغلب موارد اختلاف ناچیز است). لذا استفاده از هر یک از این دو روش تفاوت چندانی ندارد. با این وجود به ویژه در مورد دو معیار آخر، معیارهای اســـتوار [1]، می‌توان ادعا کرد که در مجموع پیشگویی بر مبنای توزیع پیشگو دارای اریبی کمتری بوده و لذا توزیع پیش‌گوی پسینی مناسب‌تر است.

جدول (۱۱): معیار قیاس پیشگویی برای دو روش پیشگویی میانگین شرطی و توزیع پیشگو

معیار پیشگویی	توزیع پیشگو	میانگین شرطی
RMSD	۳/۶۳۶	۳/۳۶۴
RMAD	۱/۶۱۵	۱/۶۴۳
RMedSD	۱/۳۳۸	۱/۶۳۵
RMedAD	۱/۷۶۳	۲/۶۳۲

شکل ۱۰، مقادیر پیش‌گویی نسبت به خط y=x رسم شده است. از این شکل واضح است که دو استان کرمانشاه و چهارمحال و بختیاری دارای مشاهداتی دور از مقادیر پیشگویی شده هستند. روند نرخ بیکاری در این دو استان در شکل ۱۱ گزارش شده است. از این شکل واضح است که برای موارد دور افتاده روش پیشگویی با استفاده از توزیع پسین پیشگو عملکرد بهتری نسبت به میانگین شرطی دارد. قدرمطلق مقدار اریبی میان مقدار مشاهده شده و مقدار پیش‌گویی این دو استان در جدول ۱۰ نیز گویای همین نکته است. رشد سریع نرخ بیکاری این دو استان در سال ۹۵ می تواند علت اریبی حاصل از پیشگویی‌ها باشد. به عبارت دیگر، با توجه به تغییر شرایط اجتماعی- اقتصادی در سال‌های اخیر، داده‌های نرخ بیکاری برای استان‌ها دارای نوسانهای زیادی است. و به همین دلیل استان کرمانشاه و چهارمحال و بختیاری به ویژه در سال ۹۵ به طور ناگهانی دارای نرخ متفاوتی از بیکاری شده‌اند. لذا اگر برای استانها سری طولانی تر شود تا اثر نوسانات سالانه روی استانهای کشور تعدیل شود، قطعا پیشگویی‌ها بهبود می‌یابد. برای فهم بهتر این موضوع، جدول ۱۲ مقادیر برآورد نرخ بیکاری این دو استان را بر اساس نتایج آمارگیری نیروی کار طی ۱۰ سال نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می شود مقدار پیش گویی شده برای هر دو استان با توجه به روند سال‌های ۱۳۸۴ تا ۹۴ منطقی است، اما مقدار برآورد شده بر اساس آمارگیری سال ۹۵، برای هر دو استان افزایش ناگهانی، در مقایسه با سال‌های قبل از آن دارد.

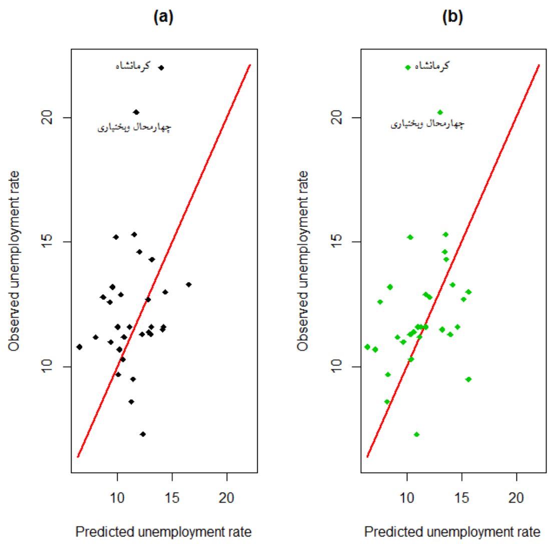
جدول(۱۲): نرخ بیکاری استان‌های چهارمحال و بختیاری و کرمانشاه (سال‌های ۸۵-۱۳۸۴) و مقدار پیش‌گویی (روش توزیع پیشگو)

استان	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	پیش گویی ۹۵
چهارمحال وبختیاری	۱۱/۷	۱۲/۵	۱۲/۴	۱۴/۱	۱۶/۴	۱۳/۶	۱۳/۳	۱۰/۸	۱۰/۷	۱۵/۰	۱۶/۴	۲۰،۲۰	۱۱/۷۱
کرمانشاه	۱۴/۵	۱۶/۶	۱۴/۷	۱۲/۱	۱۳/۸	۱۴/۴	۱۵/۷	۱۶/۱	۱۴/۶	۱۵/۷	۱۷/۶	۲۲،۰۰	۱۴

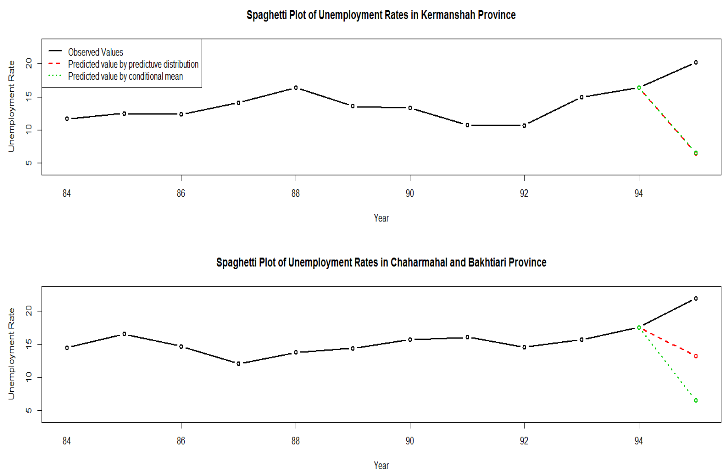
[1] Robust

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

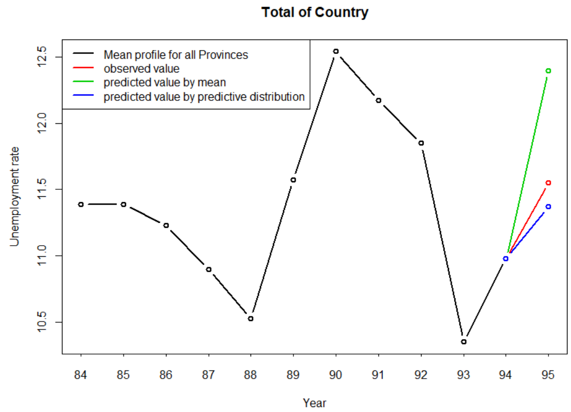
برای پیش گویی نرخ بیکاری کل کشور عدد نرخ محاسبه شده توسط مرکز آمار برای سال‌های ۱۳۸۴ الی ۹۴ ملاک قرار گرفته است که روش انجام پیش‌گویی، مطابق مطالبی که برای استان‌ها گفته شد و بر اساس معادله‌های (۱۲) و (۱۳) صورت پذیرفت. اعداد به دست آمده برای پیش گویی با استفاده از مدل توزیع پیش‌گو و میانگین شرطی به ترتیب ۱۱/۳۷ و ۱۲/۴۰ بوده‌اند. با توجه به مقدار مشاهده شده متوسط نرخ بیکاری کل کشور در سال ۹۵ که ۱۱/۵۵ است، این مقادیر را مقایسه می‌کنیم. مقدار شکل ۱۲ پیشگویی با استفاده از دو روش گفته شده در این طرح را برای کل کشور نشان می‌دهد. این شکل نیز حاکی از آن است که عملکرد روش توزیع پسین پیشگو تا حدودی بهتر از پیشگویی با استفاده از روش میانگین است



شکل۱۰. نمودار مقادیر مشاهده‌شده در مقابل مقادیر پیش‌گویی‌شده سال ۱۳۹۵.(a): با استفاده از میانگین شرطی، (b): با استفاده از توزیع پسین پیشگو



شکل ۱۱. نمودار مقایسهٔ مقادیر مشاهده و پیش‌گویی‌شده سال ۱۳۹۵، استان‌های کرمانشاه و چهارمحال و بختیاری



شکل ۱۲. نمودار مقایسهٔ مقادیر مشاهده‌شده و مقادیر پیش‌گویی‌شده سال ۱۳۹۵ برای کل کشور

نتیجه‌گیری

یک مسأله متداول در همه جوامع بشری، پایش و کنترل شاخص های مهم اقتصادی– اجتماعی است. اشتغال و بیکاری، از جمله موضوعات اساسی اقتصاد هر کشور است، به گونه‌ای که افزایش اشتغال و کاهش بیکاری، به عنوان یکی از شاخص‌های توسعه‌یافتگی جوامع تلقی می‌شود. نرخ بیکاری یکی از شاخص‌هایی است که برای ارزیابی شرایط اقتصادی کشور مورد استفاده قرار می‌گیرد و مورد استفاده برنامه‌ریزان و تصمیم‌گیران کشور در سطح کلان است. در این مقاله تلاش شده با استفاده از استنباط بیزی، الگویی برای پیش‌گویی نرخ بیکاری ارایه دهیم. با توجه به محاسبات انجام شده در بخش روش‌شناسی این تحقیق، مشخص شد که بهترین مدل برای پیش گویی نرخ بیکاری بر اساس داده های آمارگیری نیروی کار طی سال‌های ۱۳۸۴ الی ۱۳۸۵، مدل حاشیه‌ای با ساختار همبستگی ARMA(1,1) است. شایان گفتن است که در این تحقیق متغیرهای «اندازه جمعیت، نرخ مشارکت اقتصادی، نرخ باسوادی هر استان، نرخ جمعیت دارای تحصیلات تکمیلی، نرخ مشارکت زنان، میزان شهرنشینی و دلسردان» برای مدل‌بندی مطرح شدند که با توجه به اطلاعات در دسترس هیچ کدام از آن‌ها برای ورود به مدل معنی‌دار نبودند، لذا در این مقاله مدل‌بندی پیش‌گویی تنها بر اساس نرخ بیکاری انجام شده است. یافته‌های این مقاله نشان داد که پیش‌گویی نرخ بیکاری بر اساس مدل حاشیه‌ای مذکور، به تفکیک استان‌ها، دارای کارایی بالایی است و به‌جز دو استان که دارای نرخ بیکاری متفاوتی از روند ۱۰ ساله سایر استان‌ها در سال ۱۳۹۵ بوده‌اند، در بقیهٔ موارد در بازهٔ قابل قبولی واقع شده است. کارایی مدل بیزی پیش گو مذکور برای نرخ بیکاری کل کشور، با توجه به مقدار پیش‌گویی شده (۱۱/۳۷) در مقایسه با مقدار برآورد شده سال ۱۳۹۵ بر اساس آمارگیری (۱۱/۵۵) بسیار قابل قبول است. این نتیجه با توجه به ماهیت روش استنباط بیزی که بر اساس داده‌های پیشین عمل می‌کند، امکان استفاده از روش‌های استنباط بیزی را در همه آمارگیری‌هایی که به صورت سری زمانی انجام شده و داده‌های طولی آن موجود است، به عنوان یک روش استنباطی کارآمد مطرح می‌سازد.

البته شایان توجه است که یک پیشگویی مناسب برای داده‌هایی که طی زمان ثبت شده‌اند، با در نظر گرفتن اطلاعات موجود انجام می شود که در این مقاله با گزینش بهترین مدل موجود و ا ستفاده از ا ستنباط بیزی، یعنی مدل حاشیه‌ای با ساختار ARMA(1,1) پیش‌گویی انجام شده است. با توجه به معادله‌های (۱۲) و (۱۳)، در این مقاله

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

پیش‌گویی تنها برای یک ســال پس از دورهٔ زمانی مورد نظر (در این تحقیق ســال ۱۳۹۵ برای بازهٔ ۱۳۸۴ الی ۱۳۹۴) انجام شده ا ست. با این وجود این مدل برای پیش‌گویی سال‌های بعدی نیز قابل ا ستفاده خواهد بود اما رو شن ا ست با توجه به عدم معنی‌داری متغیرهای کمکی که در این مطالعه بررســی شــده‌اند و اســتفاده از تنها یک متغیر در معادلهٔ (۷)، پیش گویی برای بی شتر از یک سال با ا ستفاده از مدل (۷) و معادلات (۱۲) و (۱۳) دقت کمتری خواهد دا شت. برای مطالعات آتی می‌توان پیشــنهاد کرد که برای یافتن متغیرهای کمکی معنی دار مطالعات بیشــتری انجام شــود تا کیفیت پیشگویی بهبود یابد.

گفتنی است در این مقاله از فرض توزیع نرمال برای تحلیل داده‌ها پس از آزمون و تایید شدن، استفاده شده است. با این وجود از آنجا که داده‌ها مربوط به نرخ بیکاری اســت، برای کارهای آتی، می‌توان آن را به عنوان عددی بین صــفر و یک در نظر گرفته و از فرض توزیعی بتا نیز استفاده کرد.

همچنین باید توجه داشــت که داده‌های نرخ بیکاری اگر در طول دورهٔ مورد بررســی دارای نوســانات نقطه‌ای زیادی با شد، این حالت به ویژه در نرخ بیکاری ا ستان‌ها رخ می‌دهد، ممکن ا ست در مقدار نرخ پیش‌گویی شده اثر نامطلوبی بگذارند. در این حالت برای افزایش دقت پیش‌گویی به روش مطرح شــده در این مقاله، بهتر اســت از دورهٔ طولانی‌تری (پس از نوسانات ایجاد شده) استفاده کرد تا تعدیلات لازم بر روی روند داده‌ها انجام شده باشد.

نکته قابل توجه این که هر نوع مدل طولی (مدل حاشیه‌ای، انتقالی و اثرهای تصادفی) سوال علمی متفاوتی را پاسخ می‌دهد (دیگل و همکاران، ۲۰۰۲). اما از آنجا که ما به دنبال بهترین برازش مدل طولی در این مجموعه داده و استفاده از آن برای پیشگویی سالهای آتی بوده‌ایم، هر سه نوع مدل حاشیه‌ای، انتقالی و اثرهای تصادفی استفاده شده است و بعد از تشخیص بهترین برازش با استفاده از معیار DIC، به پیشگویی با استفاده از آن معیار پرداخته‌ایم.

References

۱. اخبــاری، م. و محقــق نیــا، م. (۱۳۹۴). بــرآورد نــرخ بیکــاری همــراه بــا تــورم غیرشــتابان در اقتصــاد ایــران و کــاربرد آن در سیاستگذاری اقتصادی. مجله اقتصاد مقداری، ۴(۱۱)، ۱۳۴-۱۱۳.

۲. خالصــی، ا.(۱۳۸۲). بررســی رابطــه تــورم و بیکــاری: مــورد ایــران ۸۰ -۱۳۴۵. مجموعــه مقــالات بررســی آثــار مولفــه‌های مدیریت و اقتصاد بر اشتغال .دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب و شرکت ملی صنایع پتروشیمی.

۳. خالصی، ا و صــیامی نمــین، س. (۱۳۸۳). بــرآورد نــرخ بیکــاری همــراه بــا تــورم غیرشــتابان وتولیــد بــالقوه. مجلــه برنامــه و بودجه، ۸۶، ۹۵-۶۷.

۴. ســامتی، م.، صــمدی، س.، قبــادی، س. (۱۳۸۳). بــرآورد نــرخ بهینــهٔ بیکــاری و مقایســه آن بــا نــرخ طبیعــی. تحقیقــات اقتصادی، ۶۷، ۱۱۶-۹۱.

۵. قبــادی، س.، ســامتی، م و صــمدی، س. (۱۳۸۳). بــرآورد نــرخ بهینــه بیکــاری و مقایســهٔ آن بــا نــرخ طبیعــی (بــا تأکیــد بر متغیرهای برنامه سوم توسعه اقتصادی - اجتماعی) ۴ (۳۹) ، شمارهٔ ۴.

۶. کــاظمی‌زاده، ر. (۱۳۷۸). مقایســهٔ تطبیقــی منحنــی فلیــپس و تعیــین نــرخ بیکــاری در ایــران. تهــران: دانشــگاه تهــران، دانشکدهٔ اقتصاد.

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]

۷. گنجعلی، م و باغ‌فلکی، ت (۱۳۹۶). مبانی و مدل‌بندی بیزی داده‌ها با استفاده از برنامه نویسی BUGS و نرم افزار R. انتشارات دانشگاه شهید بهشتی.

۸. متقی، ل. (۱۳۷۷) .تبادل نرخ تورم و تولید و آزمون نرخ بیکاری طبیعی و نایرو در ایران. تهران: دانشگاه تهران، دانشکده اقتصاد.

۹. مرکز آمار ایران .(۱۳۹۵). نتایج آمارگیری طرح نیروی کار.

10. Berger, T., & Everaert, G. (2008). Unemployment persistence and the nairu: A bayesian approach. Scottish Journal of Political Economy, 55(3), 281-299.

11. Bolstad, W. M., (2010). *Understanding Computational Bayesian Statistics.* John Wiley & Sons, Inc., Publication. Hoboken.

12. Bryant, J.,R.,& Graham, P., J., (2013), Bayesian Demographic Accounts: Subnational Population Estimation Using Multiple Data Sources, Bayesian Analysis (8), Number 3, pp. 591–622.

13. Chen, Q., Elliott, M., R., Little, R.,J.,A., (2012), Bayesian penalized spline model-based inference for finite population proporation in unequal probability sampling, Survey Methodology,36,1,23-34.

14. Christensen. R., Johnson. W., Branscum A., Hanson. T. E., (2011). Bayesian Ideas and Data Analysis, An Introduction for Scientists and Statisticians, Chapman & Hall / CRC. New York.

15. Datta, G. S., Lahiri, P., Maiti, T., & Lu, K. L. (1999). Hierarchical Bayes estimation of unemployment rates for the states of the US. Journal of the American Statistical Association, 94(448), 1074-1082.

16. Diggle, P.J, Heagerty, P.J., Liang, K.Y. and Zeger, S.L (2002). Analysis of longitodined data, Oxford: Oxford university press.

17. Fabrizi, E. (2007). Hierarchical Bayesian models for the estimation of unemployment rates in small domains of the italian labour force survey. Statistica, 62(4), 603-618.

18. Gelman,A.,Rubin, D.B. (1992), Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences, Statistical science, Volume 7, Number 4, 457-472.

19. Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., and Rubin, D. B. (2003). Bayesian Data Analysis. Second Edition. Boca Raton, FL: Chapman and Hall/CRC.

20. Gimenez, O., Morgan, B. J., & Brooks, S. P. (2009). Weak identifiability in models for mark-recapture-recovery data. In Modeling demographic processes in marked populations (pp. 1055-1067). Springer, Boston, MA.

21. Kolly J, (2014). Predicting the US Unemployment Rate Using Bayesian Model Averaging. Ph.D Thesis, Switzerland: University of Fribourg.

22. Kéry, M., (2010). Introduction to WinBUGS for Ecologists. A Bayesian Approach to Regression,ANOVA, Mixed Models and Related Analyses. Academic Press, Burlington, MA.

23. Liang, KY, and Zeger, SL (1986). Longitudinal data analysis using generalized linear models, Biometrika, 73, 13-22.

24. Link, W.A., Barker, R.J., (2010). Bayesian Inference with Ecological Applications. Academic Press, London.

25. Margolis, D. and Okatenko, A. (2008). Job search with bayes priors. (https://pdfs.semanticscholar.org/42fe/9779e69e0ce80a4e9d1b15be422d71b62dde.pdf).

26. Ntzoufras, I. (2011). Bayesian modeling using WinBUGS (Vol. 698). John Wiley & Sons. New Jersey.

27. Pereira, Luis N. Mendes, Jorge M. Coelho, Pedro S.(2011). Estimation of unemployment rates in small areas of Portugal: a best linear unbiased prediction approach versus a hierarchical bayses approach. 17th European Young statisticans meeting. September 5-9.

28. Piñeiro, G., Perelman, S., Guerschman, J. P., & Paruelo, J. M. (2008). How to evaluate models: observed vs. predicted or predicted vs. observed?. Ecological Modelling, 216(3-4), 316-322.

29. Simionescu, Mihaela (2017). Prediction intervals for inflation and unemployment rate in Romania. A bayes approach. GLO Discussion paper, No.82

30. Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P., and Van Der Linde, A. (2002). Bayesian measures of model complexity and fit. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 64(4), 583-639.

31. Son, J. Hou, D., Toth, Z., (2008), An assessment of Bayesian bias estimator for numerical weather prediction, Nonlin. Processes Geophys., 15, 1013-1022.

32. Wu, L. (2010). Mixed Effects Models for Complex Data. Boca Raton, FL: Chapman and Hall/CRC.

33. Yang, T. Y., & Swartz, T. (2004). A two-stage Bayesian model for predicting winners in major

34. league baseball. Journal of Data Science, 2(1), 61-73.

[DOI: 10.52547/mmr.7.3.545]