



Kharazmi University

# Nonparametric Estimation of Spatial Risk for a Mean Nonstationary Random Field

Mohammad Moghadam<sup>1</sup> , Mohsen Mohammadzadeh<sup>2</sup>

1. Department of Statistics, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

E-mail: [mohammadmoghadam@modares.ac.ir](mailto:mohammadmoghadam@modares.ac.ir)

2. Department of Statistics, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

E-mail: [mohsen\\_m@modares.ac.ir](mailto:mohsen_m@modares.ac.ir)

## Article Info

## ABSTRACT

### Article type:

Research Article

### Article history:

Received:

15 March 2020

Revised form:

11 March 2021

Accepted:

21 April 2021

Published online:

21 May 2022

### Keywords:

Bandwidth;  
Bias  
corrected of  
ariogram;  
Bootstrap;  
Local linear  
estimator;  
Spatial risk.

### Introduction

Estimating the spatial hazard is one of the essential issues in environmental studies that are used to control the level of pollution and prevent damage from natural disasters. Risk zoning provides helpful information to decision-makers. Generally, the typical spatial risk estimating methods are for stationary random fields. In addition, a parametric form is usually considered for the distribution and variogram of the random field. Whereas in practice, sometimes, these assumptions are not realistic. In practice, utilizing the parametric spatial models caused unreliable results. This paper uses a nonparametric spatial model to estimate the unconditional probability or spatial risk. Because the conditional distribution at points close to the observations has less variability than the unconditional probability, nonparametric spatial methods will be used to estimate the unconditional probability.

### Material and methods

Let  $\mathbf{Z} = (Z(\mathbf{s}_1), \dots, Z(\mathbf{s}_n))^T$  be an observation vector from the random field  $\{Z(\mathbf{s}); \mathbf{s} \in \mathbf{D} \subseteq \mathbb{R}^d\}$  which is decomposed as  $Z(\mathbf{s}) = \mu(\mathbf{s}) + \varepsilon(\mathbf{s})$ , where  $\mu(\mathbf{s})$  is the trend and  $\varepsilon(\mathbf{s})$  is the error term, that is a second-order stationary random field with zero mean and covariogram  $C(\mathbf{h}) = \text{Cov}(\varepsilon(\mathbf{s}), \varepsilon(\mathbf{s} + \mathbf{h}))$ . The local linear model for the trend is given by

$$\hat{\mu}_H(\mathbf{s}) = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{S}_s^T \mathbf{W}_s \mathbf{S}_s)^{-1} \mathbf{S}_s^T \mathbf{W}_s \mathbf{Z} \equiv \phi^T(\mathbf{s}) \mathbf{Z},$$

where  $\mathbf{e}_1$  is a vector with 1 in the first entry and all other entries 0,  $\mathbf{S}_s$  is a matrix with  $i$ th row equal to  $(1, (\mathbf{s}_i - \mathbf{s})^T)$ ,  $\mathbf{W}_s = \text{diag}\{\mathbf{K}_H(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}), \dots, \mathbf{K}_H(\mathbf{s}_n - \mathbf{s})\}$ ,  $\mathbf{K}_H(\mathbf{u}) = |\mathbf{H}|^{-1} \mathbf{K}(\mathbf{H}^{-1} \mathbf{u})$ ,  $\mathbf{K}$  is a triple multiplicative multivariate kernel function and  $\mathbf{H}$  is a nonsingular symmetric  $d \times d$  bandwidth matrix. In this model, the bandwidth matrix was obtained from a bias-corrected and estimated generalized cross-validation (CGCV).

From nonparametric residuals  $\hat{\varepsilon}(\mathbf{s}) = Z(\mathbf{s}) - \hat{\mu}(\mathbf{s})$ , a local linear estimate of the variogram  $2\hat{\gamma}(\cdot)$  is obtained as the solution to the following least-squares problem

$$\min_{\alpha, \beta} \sum_{i < j}^n \left( (\hat{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_j)^2 - \alpha - \beta^T (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j - \mathbf{u}) \right)^2 K_G(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j - \mathbf{u}),$$

where  $G$  is the corresponding bandwidth matrix, obtained from minimizing cross-validation relative squared error of the semi-variogram estimate.

### Algorithm1: Semiparametric Bootstrap

1. Obtain estimates of the error covariance and nonparametric residuals covariance.

2. Generate bootstrap samples with the estimated spatial trend  $\hat{\mu}_H(s)$  and add bootstrap errors generated as a spatially correlated set of errors.
3. Compute the kriging prediction  $\hat{Z}^*(s_0)$  at each unsampled location  $s_0$  from the bootstrap sample  $\{\hat{Z}^*(s_1), \dots, \hat{Z}^*(s_n)\}$ .
4. Repeat steps 2 and 3 a larger number of times B. Therefore, for each unsampled location  $s_0$ , B bootstrap replications  $\hat{Z}^{*(1)}(s_0), \dots, \hat{Z}^{*(B)}(s_0)$  are obtained.
5. Calculate the spatial risk at location  $s_0$  by calculating the relative frequency of Bootstrap repetition  $\hat{f}_c(s_0) = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^B I_{\{\hat{Z}^{*(j)}(s_0) \geq c\}}$ .

### Results and discussion

A simulation study is conducted under different scenarios to analyze the practical behavior of the proposed methods. For  $N=150$  samples and  $n=16 \times 16$  were generated on a regular grid in the unit square with mean function  $\mu(s) = 2.5 + \sin(2\pi x_1) + 4(x_2 - 0.5)^2$ , and random errors normally distributed with zero mean and isotropic exponential covariogram

$$C(h) = 0.04 + 2.01 \left( 1 - \exp\left(-\frac{3 \|h\|}{0.5}\right) \right), \quad h \in \mathbb{R}^2.$$

We considered seven missing observations in certain situations to compare nonparametric spatial methods for estimating unconditional risk, conditional risk, and Indicator kriging. Empirical spatial risk and its estimates are presented in Table 1. The Indicator kriging is overestimating and estimating spatial risk larger than 1. Generally, an estimated risk with unconditional and conditional methods is close to practical value.

**Table 1. Empirical spatial risk and its estimates**

Methods	Locations						
	(0.34, 0.60)	(0.74, .60)	(0, 0.47)	(0.94, 0.27)	(0.80, 0.20)	(0.87, 0.87)	(0.13, 0)
Empirical	0.989	0.011	0.504	0.317	0.069	0.300	0.999
Conditional	0.954	0.057	0.494	0.347	0.054	0.351	0.998
Indicator	0.996	0.006	0.652	0.091	0.091	0.230	1.002
Unconditional	0.994	0.024	0.602	0.481	0.418	0.388	1.000

The spatial risk mapping for the maximum temperature means of Iran in 364 stations in March 2018 is obtained. By applying Algorithm 1, the final trend and semi-variogram estimates are smoother than the pilot version.

The conditional and unconditional spatial risk with 150 bootstrap replicates for two values of threshold 25 and 31 on a  $75 \times 75$  grid are estimated. The unconditional risk estimate is smoother than the conditional risk estimate. Because of this, in the unconditional version, the biased residual is unused in the spatial prediction, but conditional risk estimating, original residuals and simple kriging are used.

### Conclusion

For the trend and variability of the random field, modeling applied a local linear nonparametric model. In the simulation study, this method had better results than indicator kriging. The flexibility of the nonparametric spatial method could be used to construct confidence or prediction intervals and hypothesis testing.

**How to cite:** Moghadam, M. & Mohammadzadeh, M. (2022) Nonparametric Estimation of Spatial Risk for a Mean Nonstationary Random Field. *Mathematical Researches*, 8(2),1-24



© The Author(s).

Publisher: Kharazmi University

## برآورد ناپارامتری مخاطره فضایی میدان تصادفی نامانای در میانگین

محمد مقدم<sup>۱</sup>، محسن محمدزاده<sup>۲</sup> ✉

۱. گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران. پست الکترونیکی:

[mohammadmoghadam@modares.ac.ir](mailto:mohammadmoghadam@modares.ac.ir)

۲. نویسنده مسئول، گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران. پست الکترونیکی:

[mohsen\\_m@modares.ac.ir](mailto:mohsen_m@modares.ac.ir)

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>نوع مقاله: مقاله پژوهشی</p> <p>تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۲۵</p> <p>تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۱۲/۲۱</p> <p>تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۰۱</p> <p>تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۰۲/۳۱</p> <p>واژه‌های کلیدی:</p> <p>پهنای باند، برآوردگر خطی موضعی، بوت استرپ، تصحیح اریبی تغییرنگار، مخاطره فضایی.</p>	<p>اغلب روش‌های مرسوم برآورد مخاطره فضایی، برای میدان‌های تصادفی مانا ارائه شده‌اند و برای سادگی با پذیره معلوم بودن توزیع داده‌ها یک مدل پارامتری به تابع تغییرنگار برازش داده می‌شود. در این مقاله یک روش فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره فضایی ارائه می‌شود، که در آن توابع روند و تغییرنگار با برآوردگرهای خطی موضعی مدل‌بندی و با تصحیح اریبی مانده‌ها یک مدل ناپارامتری معتبر به تغییرنگار برازش داده خواهد شد. سپس با روش بوت‌استرپ، مخاطره فضایی در موقعیت‌های جدید محاسبه و پهنه‌بندی آن تهیه می‌شود. روش فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره شرطی سازوار می‌شود و با مخاطره حاصل از کریگیدن نشانگر مورد ارزیابی و مقایسه قرار می‌گیرد. به علاوه دقت روش فضایی ناپارامتری در مطالعات شبیه‌سازی و به کارگیری برای داده‌های دمای هوای ایران مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد.</p>

استناد: مقدم، محمد؛ محمدزاده، محسن؛ (۱۴۰۱). برآورد ناپارامتری مخاطره فضایی میدان تصادفی نامانای در میانگین. پژوهش‌های ریاضی، ۸ (۲)، ۱-۲۴



© نویسندگان.

ناشر: دانشگاه خوارزمی

### مقدمه

برآورد مخاطره فضایی<sup>۱</sup>، یا به عبارت دیگر احتمال فزونی از یک سرحد<sup>۲</sup> مشخص، یکی از مسائل مهم در مطالعات محیطی است که در کنترل سطح آلودگی و پیش‌گیری از آسیب‌های طبیعی مورد استفاده قرار می‌گیرد. پهنه‌بندی مخاطره اطلاعات مفیدی در اختیار نهادهای تصمیم‌گیری قرار می‌دهد؛ برای نمونه، در مناطقی که مخاطره فضایی در سطح بالایی باشد، از پهنه‌بندی برای طراحی سیاست‌های پیشگیرانه به منظور اجتناب از اثرات مخرب بر روی محیط زیست یا مضر برای انسان، استفاده می‌شود.

از روش‌های آمار فضایی که برای برآورد مخاطره فضایی به کار گرفته می‌شود، می‌توان به کریگیدن نشانگر<sup>۳</sup> [۱۶]، کریگیدن گسلنده<sup>۴</sup> [۲۳] و مدل‌های زنجیر مارکوف زمین‌آماری<sup>۵</sup> [۲۲] اشاره کرد. در کریگیدن نشانگر که تا کنون بیشتر مورد استفاده قرار گرفته است، تبدیل مشاهدات فضایی به داده‌های نشانگر، موجب از دست دادن بخشی از اطلاعات می‌شود و برآورد احتمال فزونی نیز گاهی بزرگتر از یک یا حتی منفی حاصل می‌شود [۶]. برای پرهیز از این مشکلات [۲۷] روش کریگیدن نشانگر<sup>۶</sup> را معرفی کردند، که رهیافت ساده‌تری در برآورد تابع توزیع تجمعی شرطی داده‌ها دارد. [۱۷] نیز این روش را با رهیافت بیزی سازوار کردند. به طور کلی روش‌های مرسوم برآورد مخاطره فضایی برای میدان‌های تصادفی مانا ارائه شده‌اند. به‌علاوه در نظر گرفتن برخی پذیره‌های توزیعی و پارامتری بودن تغییرنگار میدان تصادفی از جمله پذیره‌های مبنایی این روش‌ها است. در حالی که در برخی مسائل کاربردی ممکن است این پذیره‌ها محقق نشوند. وقتی میدان تصادفی نامانای در میانگین باشد، می‌توان یک مدل پارامتری برای تابع روند در نظر گرفت و پارامترهای مدل را برآورد کرد. با بکارگیری برآورد تابع روند، مانده‌های متناظر حاصل می‌شوند و می‌توان از روش‌های موجود برای تحلیل فضایی بر اساس مانده‌ها استفاده کرد.

در این مقاله، بدون در نظر گرفتن شکل پارامتری خاص برای تابع روند و ساختار وابستگی فضایی، با روش فضایی ناپارامتری ارائه شده توسط [۱۲] احتمال ناشروطی فزونی از یک سرحد مشخص برآورد می‌شود. در این روش، عبارت روند با مدل‌های ناپارامتری خطی موضعی<sup>۷</sup> مدل‌بندی می‌شود. تغییرپذیری میدان تصادفی با برآوردگر تصحیح‌اریبی شده تغییرنگار برآورد می‌شود. سپس با الگوریتم بوت‌استرپ نیم‌پارامتری مخاطره فضایی در موقعیت‌های معین محاسبه و پهنه‌بندی آن ارائه خواهد شد. در بخش ۲ برآوردگرهای ناپارامتری تابع میانگین و تغییرنگار مرور و الگوریتم بوت‌استرپ برای برآورد مخاطره ناشروطی فضایی تشریح می‌شود. در بخش ۳ روش برآورد احتمال شرطی فزونی از سرحد ارائه و با کریگیدن نشانگر مورد مقایسه قرار می‌گیرد. مطالعات شبیه‌سازی و تحلیل داده‌های دمای هوای ایران برای ارزیابی این روش‌ها در بخش ۴ ارائه، و در انتها به بحث و نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

<sup>1</sup> Spatial risk

<sup>2</sup> Threshold

<sup>3</sup> Indicator Kriging

<sup>4</sup> Disjunctive Kriging

<sup>5</sup> Geostatistical Markov Chain

<sup>6</sup> Indicator Kriging

<sup>7</sup> Nonparametric local linear model

## مدل فضایی ناپارامتری

در عمل استفاده از مدل‌های پارامتری فضایی به دلیل اشتباه در پذیره‌های پارامتری مدل می‌تواند سبب نتایج نامعتبر شود. به همین دلیل استفاده از روش‌های ناپارامتری راهکاری مناسب است. برای نمونه [۱۵] استفاده از برآوردگر هسته‌ای ناپارامتری تغییرنگار نشانگر، در کریگیدن نشانگر را پیشنهاد کردند. برای داده‌های فضایی-زمانی<sup>۱</sup> [۸] با ترکیب کردن هموارسازی هسته‌ای در بُعد زمان با پیش‌گویی فضایی، احتمال فزونی از سرحد را برآورد کردند. [۴] این روش را توسعه دادند و به منظور ارائه یک ناحیه اطمینان برای مخاطره فضایی، یک متغیر تبیینی اضافی در درونیابی کریگیدن و الگوریتم بوت‌استرپ بلوکی در نظر گرفتند. در روش‌هایی که تاکنون برای یک میدان تصادفی فضایی بیان شده‌اند، احتمال شرطی فزونی میدان تصادفی از یک سرحد مشخص در موقعیتی جدید، یعنی  $P(Z(s_0) \geq c | Z)$ ، را برآورد کرده‌اند. اما اینجا برآورد احتمال ناشروطی

$$r_c(s_0) = P(Z(s_0) \geq c) \quad (1)$$

مد نظر است. چون توزیع شرطی در نقاط نزدیک به مشاهدات، تغییرپذیری کمتری نسبت به احتمال ناشروطی دارد، برای برآورد احتمال ناشروطی از روش‌های فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره استفاده خواهد شد.

### ۱.۲ مدل‌بندی روند

فرض کنید  $Z = (Z(s_1), \dots, Z(s_n))^T$  بردار مشاهدات از میدان تصادفی  $\{Z(s); s \in D \subseteq \mathbb{R}^d\}$  باشد. مدل

$$Z(s) = \mu(s) + \varepsilon(s) \quad (2)$$

برای میدان تصادفی در نظر گرفته می‌شود، که در آن  $\mu(s)$  روند و  $\varepsilon(s)$  مؤلفه خطا است که از یک میدان تصادفی مانای مرتبه دوم با میانگین صفر و هم‌تغییرنگار  $C(h) = Cov(\varepsilon(s), \varepsilon(s+h))$  پیروی می‌کند. در مطالعات انجام شده برای تحلیل ناپارامتری مدل (۲)، تابع روند با روش‌های هموارسازی هسته‌ای، اسپلاین، موجی و بسط سری فوریه مدل‌بندی شده است [۲۴]. در آمار فضایی مدل خطی موضعی چندمتغیره برای  $\mu(s)$ ، از کمینه کردن توان‌های دوم خطای هسته‌ای

$$\min_{\alpha, \beta} \sum_{i=1}^n \{Z(s_i) - \alpha - \beta^T (s_i - s)\}^2 K_H(s_i - s) \quad (3)$$

به صورت

$$\hat{\mu}_H(s) = e_1^T (S_s^T W_s S_s)^{-1} S_s^T W_s Z \equiv \phi^T(s) Z \quad (4)$$

برآورد می‌شود، که در آن  $K_H(u) = |H|^{-1} K(H^{-1}u)$ ،  $K$  تابع هسته چندمتغیره ضربی سه‌وزنی [۹]،  $H$  ماتریس پهنای‌باند نامنفرد و متقارن  $d \times d$ ،  $e_1^T$  برداری  $n$  بعدی با اولین درایه یک و باقی درایه‌های صفر،  $S_s$  ماتریسی

<sup>1</sup> Spatio-temporal

$n \times n$  با  $i$ -امین سطر  $(\mathbf{1}, (\mathbf{s}_i - \mathbf{s})^T)$  و  $W_S = \text{diag}\{K_H(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}), \dots, K_H(\mathbf{s}_n - \mathbf{s})\}$  در واقع عبارت (۳) با ماتریس همواری  $\mathbf{H}$  به گونه‌ای کمینه می‌شود که مقادیر  $Z(\mathbf{s}_i)$  نسبت به  $\mathbf{s}_i$  هموار شوند. برای مدل‌بندی خطی موضعی، نواری از مشاهدات نزدیک به هر موقعیت  $\mathbf{s}$  در نظر گرفته می‌شود. آنگاه براساس مشاهدات داخل این نوار یک مدل خطی موضعی به میانگین  $\mu(\cdot)$  برازش داده می‌شود. در این مدل تابع هسته  $K(\cdot)$  تخصیص دهنده وزن‌ها است و ماتریس پهنای باند  $\mathbf{H}$ ، که اندازه نوار همسایگی موضعی را تعیین می‌کند، با روش اعتبارسنجی متقابل تعمیم‌یافته تصحیح اریبی شده<sup>۱</sup> (CGCV)، از کمینه کردن عبارت

$$CGCV(H) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{Z(\mathbf{s}_i) - \hat{\mu}_H(\mathbf{s}_i)}{1 - \frac{1}{n} \text{trac}(\Phi \hat{R})} \right) \quad (5)$$

به دست آورده می‌شود، که در آن  $\Phi$  یک ماتریس  $n \times n$  با  $i$ -امین سطر  $\phi^T(\mathbf{s}_i)$ ،  $\hat{R}$  برآورد ماتریس همبستگی حاصل از برآورد ناپارامتری هم‌تغییرنگار  $C(\mathbf{h})$  و  $\text{trac}(A)$  اثر ماتریس  $A$  است [۱۴].

### مدل‌بندی وابستگی فضایی داده‌ها

ساختار وابستگی فضایی داده‌ها اغلب از طریق نیم‌تغییرنگار  $\gamma(\cdot)$  در تحلیل داده‌ها لحاظ می‌شود. برآورد تغییرنگار برای داده‌های فاقد روند ناریب است. اما وقتی میدان تصادفی  $Z(\cdot)$  دارای روند باشد، برآورد تغییرنگار اریب خواهد بود. در این حالت، معمولاً تابع روند  $\mu(\cdot)$  را برآورد کرده و با استفاده از داده‌های روند زدوده  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(\mathbf{s}) = Z(\mathbf{s}) - \hat{\mu}(\mathbf{s})$ ، تغییرنگار برآورد می‌شود. برای کاهش تأثیر اریبی مانده‌ها در برآورد تغییرنگار ابتدا اریبی مانده‌ها تصحیح می‌شوند و با استفاده از مانده‌های  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\hat{\varepsilon}_1, \dots, \hat{\varepsilon}_n)^T = \mathbf{Z} - \mathbf{Z}\Phi$  یک مدل خطی موضعی اولیه برای نیم‌تغییرنگار  $\hat{\gamma}(\cdot)$  از کمینه کردن توان‌های دوم خطای

$$\min_{\alpha, \beta} \sum \left( (\hat{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_j)^2 - \alpha - \beta^T (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j - \mathbf{u}) \right)^2 K_G(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j - \mathbf{u}), \quad (6)$$

به دست آورده می‌شود، به طوری که ماتریس پهنای باند  $\mathbf{G}$  از کمینه کردن توان دوم خطای نسبی اعتبارسنجی متقابل نیم‌تغییرنگار به صورت

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left( \frac{(\hat{\varepsilon}(\mathbf{s}_i) - \hat{\varepsilon}(\mathbf{s}_j))^2}{2\hat{\gamma}_{-(i,j)}(\|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\|)} - 1 \right)^2, \quad (7)$$

به دست می‌آید، که در آن  $\hat{\gamma}_{-(i,j)}$  مدل خطی موضعی بدون در نظر گرفتن عبارت  $(\hat{\varepsilon}(\mathbf{s}_i) - \hat{\varepsilon}(\mathbf{s}_j))^2$  است [۱۱]. روش حذف روند، پارامتری یا ناپارامتری تأثیر چندانی در برآورد تغییرنگار ندارد، چون در هر حالت مانده‌های حاصل اریب خواهند بود. در واقع مساله مهم استفاده مستقیم از مانده‌های اریب در برآورد تغییرنگار است که سبب کم-برآوردی

<sup>1</sup> Bias corrected

در برآورد تغییرنگار میدان تصادفی می‌شود. به عبارت دیگر  $\text{Var}(\hat{\varepsilon}) = \Sigma_{\hat{\varepsilon}} = \Sigma + \mathbf{B}$  که در آن  $\Sigma$  ماتریس کوواریانس خطاها و

$$\mathbf{B} = \Phi \Sigma \Phi^T - \Sigma \Phi^T - \Phi \Sigma \quad (8)$$

ماتریس توان دوم اریبی است. به طور مشابه برای برآورد تغییرنگار می‌توان از

$$\begin{aligned} 2\hat{\gamma}_{\hat{\varepsilon}}(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j) &= \text{Var}(\hat{\varepsilon}(\mathbf{s}_i) - \hat{\varepsilon}(\mathbf{s}_j)) \\ &= \text{Var}(\varepsilon(\mathbf{s}_i) - \varepsilon(\mathbf{s}_j)) + b_{ii} + b_{jj} - 2b_{ij} \end{aligned} \quad (9)$$

استفاده کرد، که در آن  $i, j$  امین درایه ماتریس  $\mathbf{B}$  است. ابتدا با استفاده از روابط (۶) و (۹) یک برآورد اولیه برای تغییرنگار به دست آورده می‌شود، سپس برآوردهای تصحیح شده تغییرنگار و روند ارائه خواهند شد.

### الگوریتم ۱. برآورد تصحیح اریبی شده تغییرنگار

گام ۱- با استفاده از مانده‌های  $\hat{\varepsilon}$  و (۶)، برآورد خطی موضعی اریب تغییرنگار را به دست آورید.

گام ۲- با استفاده از تغییرنگار برآورد شده در گام ۱،  $\hat{\mathbf{B}}$  را به عنوان تقریبی از  $\mathbf{B}$  محاسبه کنید.

گام ۳- با جایگذاری  $(\hat{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_j)^2 + \hat{b}_{ii} + \hat{b}_{jj} - 2\hat{b}_{ij}$  به جای  $(\hat{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_j)^2$  در (۶) برآورد اولیه تصحیح اریبی شده تغییرنگار را به روز کنید.

گام ۴- تا رسیدن به همگرایی، گام‌های ۲ و ۳ را تکرار کنید.

ماتریس  $\mathbf{B}$  به طور مستقیم از برآورد اولیه تصحیح اریبی شده تغییرنگار، توسط  $\hat{\mathbf{C}}(\mathbf{u}) = \hat{\mathbf{C}}(0) - \hat{\gamma}(\mathbf{u})$  و رابطه (۸) تقریب زده می‌شود. این الگوریتم با تابع `np.svariso.corr` از بسته `npssp` در نرم افزار `R` تهیه شده است [۱۰]. برای برآورد نهایی تغییرنگار، مدل ناپارامتری همسانگرد شاپیرو-بوئا [۲۵] به برآورد اولیه تصحیح اریبی شده تغییرنگار برازش داده می‌شود. مدل بندی ناپارامتری روند برای به کارگیری الگوریتم ۱ و برآورد تغییرنگار ضروری است. از طرفی در انتخاب پهنای باند بهینه  $H$  برای مدل بندی روند به ماتریس  $\mathbf{R}$  نیاز هست. به همین جهت الگوریتمی برای پرهیز از ایجاد دور ارائه می‌شود. اغلب، در عمل دو تکرار از این الگوریتم کفایت می‌کند.

### الگوریتم ۲. برآورد اولیه روند و تغییرنگار

گام ۰- پهنای باند اولیه  $H$  را "با فرض استقلال" انتخاب کنید.

گام ۱- تابع روند را با استفاده از (۴) مدل بندی کنید.

گام ۲- برآورد اولیه تصحیح اریبی شده تغییرنگار را از الگوریتم ۱ به دست آورید.

گام ۳- مدل معتبر ناپارامتری شاپیرو-بوئا به برآورد اولیه تغییرنگار برازش دهید.

گام ۴- پهنای باند  $H$  را از طریق ملاک CGCV در (۵) به دست آورید.

گام ۵- گام‌های ۱ تا ۴ را تا رسیدن به همگرایی تکرار کنید.

### الگوریتم بوت‌استرپ نیم‌پارامتری

از آن‌جا که داده‌های فضایی بر اساس موقعیت قرار گرفتن‌شان در فضای مورد مطالعه وابسته هستند، استفاده از الگوریتم بوت‌استرپ برای داده‌های فضایی نتایج معتبری نخواهد داشت. [۲۶] نشان داد که روش بوت‌استرپ برای داده‌های مستقل به دلیل در نظر نگرفتن همبستگی مشاهدات در بازنمونه‌گیری داده‌ها از دقت لازم برخوردار نیست. برای حل این مسأله از روش‌های بوت‌استرپ نیم‌پارامتری و انواع بوت‌استرپ‌های بلوکی استفاده می‌شود. [۱] روش بوت‌استرپ بلوک مجزا در آمار فضایی را معرفی کردند. [۱۹ و ۲۰] نحوه تعیین اندازه بهینه بلوک در بوت‌استرپ بلوک مجزا را برای داده‌های شبکه‌ای ارائه کردند. [۲] تصحیح اریبی برآورد پارامترهای تغییرنگار به روش بوت‌استرپ بلوک مجزا را برای پیشگویی فضایی مطرح و نشان دادند که روش‌های متعارف بوت‌استرپ فضایی در عمل با محدودیت‌ها و نقاط ضعفی همراه هستند، به همین دلیل در این مقاله از روش بوت‌استرپ نیم‌پارامتری استفاده می‌شود. در این بخش الگوریتم بوت‌استرپ نیم‌پارامتری برای تبیین تغییرپذیری داده‌ها معرفی می‌شود [۱۲]، سپس برای برآورد مخاطره فضایی (۱) به کار گرفته می‌شود.

### الگوریتم ۳. بوت‌استرپ نیم‌پارامتری

گام ۱- برآوردهای  $\hat{\Sigma}$ ،  $\hat{\Sigma}$  و تجزیه چولسکی آن‌ها را محاسبه کنید.

الف- با الگوریتم ۲ ماتریس پهنای باند  $H$  را برای برآورد روند انتخاب کنید.

ب- از (۴) برآورد روند  $\hat{\mu}_H(\cdot)$  و مانده‌های  $n, \dots, 1, i = \hat{\mu}_H(s_i) - Z(s_i)$  را محاسبه کنید.

ج- از (۶) تابع تغییرنگار اولیه مانده‌ها را مدل‌بندی خطی موضعی کنید و به برآورد تابع تغییرنگار مانده‌ها یک مدل معتبر شاپیرو-وینا برآورد دهید. با هم‌تغییرنگار، ماتریس کواریانس متناظر آن، یعنی  $\hat{\Sigma}_{\hat{\epsilon}}$  برآورد شده و تجزیه چولسکی آنرا به صورت  $\hat{\Sigma}_{\hat{\epsilon}} = L_{\hat{\epsilon}} L_{\hat{\epsilon}}^T$  به دست آورید.

د- با الگوریتم ۱، برآورد نهایی تصحیح اریبی شده تغییرنگار را به دست آورید. ماتریس کواریانس متناظر با آن، یعنی  $\Sigma$  را محاسبه و تجزیه چولسکی آنرا به صورت  $\Sigma = LL^T$  محاسبه کنید.

گام ۲- نمونه بوت‌استرپ با جمع دو مولفه روند فضایی  $\hat{\mu}_H(s_i)$  و خطای بوت‌استرپ همبسته فضایی، تولید شود.

الف- مانده‌های ناهمبسته  $\hat{\epsilon} = (e_1, \dots, e_n)^T = L_{\hat{\epsilon}}^{-1} \hat{\Sigma}_{\hat{\epsilon}}^{-1/2} \hat{\Sigma}_{\hat{\epsilon}}^{1/2} \hat{\epsilon}$  را محاسبه کنید.

ب- مانده‌های  $\mathbf{e}$  را مرکزی کرده، از آن یک نمونه بوت‌استرپ مستقل به صورت  $\mathbf{e}^* = (e_1^*, \dots, e_n^*)^T$  بگیرید.

ج- خطای بوت‌استرپ  $\boldsymbol{\epsilon}^* = (\epsilon_1^*, \dots, \epsilon_n^*)^T = L\mathbf{e}^*$  را محاسبه و نمونه بوت‌استرپ از میدان تصادفی را به صورت  $Z^*(s_i) = \hat{\mu}_H(\cdot) + \epsilon_i^*, i = 1, \dots, n$  به دست آورید.



گام ۳- بر اساس نمونه بوت استرپ  $\{\hat{Z}^*(s_1), \dots, \hat{Z}^*(s_n)\}$ ، در هر موقعیت فاقد مشاهده  $s_0$  پیش‌گوی  $\hat{Z}^*(s_0)$  را محاسبه کنید. در نمونه بوت استرپ از مدل ناپارامتری خطی موضعی با پهنای باند  $H$  برای برآورد روند و از کریگیدن ساده مانده‌های متناظر برای پیش‌گویی مولفه خطا استفاده کنید.

گام ۴- گام‌های ۲ و ۳ را تکرار کنید تا برای موقعیت  $s_0$ ، نمونه بوت استرپ  $\hat{Z}^{*(1)}(s_0), \dots, \hat{Z}^{*(B)}(s_0)$  تولید شود.

گام ۵- با محاسبه فراوانی نسبی تکرار بوت استرپ برآورد احتمال ناشرطی فزونی از سرحد  $c$ ، (۱) را در موقعیت  $s_0$  به صورت زیر برآورد کنید.

$$\hat{f}_c(s) = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B I_{\{\hat{Z}^{*(i)}(s_0) \geq c\}} \quad (10)$$

بر خلاف آن‌چه در برآورد احتمال شرطی اتفاق می‌افتد، نمونه بوت استرپ حاصل از گام ۲ در الگوریتم ۳ با مقادیر مشاهده شده  $Z$  لزوماً برابر نخواهد شد. اگر صرفاً هدف، پهنه‌بندی مخاطره فضایی باشد، می‌توان در موقعیت‌های پیش‌گویی نسبت به موقعیت‌های مشاهدات، نمونه بیش‌تری تولید کرد تا تغییرپذیری میدان تصادفی از این طریق بهتر نمایان شود. برای پیش‌گویی فضایی در موقعیت جدید  $s_0$  براساس این نمونه بوت استرپ، ابتدا تابع روند در موقعیت  $s_0$  توسط مدل خطی موضعی (۴) با پهنای باند  $H$  برآورد می‌شود، سپس بر اساس مانده‌های متناظر پیش‌گوی کریگیدن ساده در موقعیت  $s_0$  به‌دست آورده می‌شود. در نهایت با جمع مقدار تابع روند و پیش‌گوی کریگیدن، مقدار پیش‌گوی  $\hat{Z}^*(s_0)$  حاصل می‌شود. برای این منظور می‌توان از دستور  $np.kriging$  از بسته  $npsp$  در نرم افزار  $R$  استفاده کرد. برآورد واریانس و اریبی برآوردهای روند و تغییرنگار در [۱۰] و [۵] ارائه شده است.

### روش‌های پهنه‌بندی مخاطره فضایی

در این بخش پهنه‌بندی مخاطره فضایی با کریگیدن نشانگر و روش فضایی ناپارامتری ارائه و مورد ارزیابی و مقایسه قرار می‌گیرد. از آن‌جا که کریگیدن نشانگر روشی برای برآورد احتمال شرطی فزونی از یک سرحد مشخص است، در حالی که روش فضایی ناپارامتری احتمال ناشرطی فزونی از سرحد را برآورد می‌کند، این دو روش را نمی‌توان به سادگی مقایسه کرد. به همین دلیل روش فضایی ناپارامتری برای برآورد احتمال شرطی فزونی از سرحد یا مخاطره شرطی سازوار خواهد شد تا بتوان دقت این دو روش را مقایسه کرد.

**کریگیدن نشانگر:** کریگیدن نشانگر [۲۱] یک روش ناپارامتری زمین‌آماری است که توسط متغیرهای نشانگر مخاطره فضایی را برآورد می‌کند. میدان تصادفی نشانگر مانای مرتبه دوم  $\{I(s, c) \mid s \in D \subset \mathbb{R}^d, c \in \mathbb{R}\}$  را در نظر بگیرید، که در آن

$$I(s, c) = \begin{cases} 1 & Z(s) \leq c \\ 0 & Z(s) > c \end{cases}$$

و  $Z(s)$  عضوی از میدان تصادفی  $\{Z(s); s \in D \subseteq \mathbb{R}^d\}$  است. تابع میانگین و تغییرنگار میدان تصادفی نشانگر برای هر  $h \in \mathbb{R}^d$  و  $c \in \mathbb{R}$  به صورت

$$E(I(s, c)) = F_{Z(s)}(c), \quad \gamma_c(h) = \text{Var}(I(s+h, c) - I(s, c))$$

هستند. پیش‌گویی بهینه  $I(s_0, c)$  در موقعیت جدید  $s_0$  بر اساس مشاهدات  $\mathbf{I} = (I(s_1, c), \dots, I(s_n, c))$  امید ریاضی شرطی به صورت

$$E(I(s_0, c) | \mathbf{I}) = P(Z(s.) \leq c | \mathbf{I}) \quad (11)$$

است [۷]. حال می‌توان برای برآورد احتمال شرطی (۱۱) از کریگیدن ساده یا کریگیدن عادی استفاده کرد. به کار بردن کریگیدن ساده منوط بر معلوم بودن تابع توزیع  $F_Z(\cdot)$  است. از آنجا که در اغلب مسائل کاربردی این تابع توزیع نامعلوم است، از کریگیدن عادی استفاده می‌شود [۶]. در این صورت پیش‌گویی کریگیدن نشانگر  $I(s_0, c)$  بر اساس داده‌های  $\mathbf{I}$  به صورت

$$\hat{I}(s_0, c) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(c) I(s_i, c) \quad (12)$$

حاصل می‌شود، که در آن  $\sum_{i=1}^n \lambda_i(c) = 1$  و ضرایب  $\{\lambda_i(c); i = 1, \dots, n\}$  از حل دستگاه معادلات کریگیدن برآورد می‌شوند.

**روش فضایی ناپارامتری:** این روش ترکیب شبیه‌سازی ناشرطی و کریگیدن فضایی است که در [۱۳] ارائه شده و مخاطره شرطی

$$r_c(s_\alpha, \mathbf{Z}) = P(Z(s.) \leq c | \mathbf{Z}) \quad (13)$$

را برآورد می‌کند. برای محاسبه این مخاطره شرطی تعدیلی از الگوریتم ۳ ارائه می‌شود.

#### الگوریتم ۴. شبیه‌سازی ناشرطی

گام ۱- مانند الگوریتم ۳ برآورد روند  $\hat{\mu}_H(s_i)$ ، مانده‌های متناظر  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_H = \mathbf{Z} - \hat{\boldsymbol{\mu}}_H$  برآورد نیم‌تغییرنگار مانده‌ها،  $\hat{\gamma}_\varepsilon(\cdot)$  و نیم‌تغییرنگار تصحیح شده  $\hat{\gamma}(\cdot)$  را محاسبه کنید.

گام ۲- براساس  $\hat{\gamma}_\varepsilon(\cdot)$ ، ماتریس کواریانس  $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon$  و تجزیه چولسکی  $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon = L_\varepsilon L_\varepsilon^T$  را محاسبه کنید.

گام ۳- مانده‌های ناهمبسته  $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_n)^T = L_\varepsilon^{-1} \hat{\boldsymbol{\mu}}_H$  را محاسبه و مرکزی کنید.

گام ۴- از  $\mathbf{e}$ ، نمونه بوت‌استرپ  $n_0$  تایی به صورت  $\mathbf{e}^* = (e_1^*, \dots, e_{n_0}^*)^T$  بگیرید.

گام ۵- در هریک از موقعیت‌های فاقد مشاهده  $s_\alpha$ ،  $\alpha = 1, \dots, n$ ، نیم‌تغییرنگار  $\hat{\gamma}(\cdot)$  برآورد شود و متناظر با آن ماتریس کواریانس  $\boldsymbol{\Sigma}_\alpha$  و تجزیه چولسکی  $\boldsymbol{\Sigma}_\alpha = L_\alpha L_\alpha^T$  را محاسبه کنید.

گام ۶- خطاهای ناشرطی  $\boldsymbol{\varepsilon}_N = (\varepsilon_N(s_1), \dots, \varepsilon_N(s_{n_0}))^T = L_\alpha \mathbf{e}^*$  را محاسبه کنید.

گام ۷- نمونه بوت‌استرپ ناشرطی  $Z_N(s_\alpha) = \hat{\mu}_H(s_\alpha) + \boldsymbol{\varepsilon}_N(s_\alpha)$ ،  $\alpha = 1, \dots, n_0$  را به دست آورید.

در الگوریتم ۴، مقدار تابع روند در موقعیت داده‌های مشاهده شده است و در موقعیت‌های جدید  $\alpha = \mathbf{s}_\alpha$ ،  $n_0, \dots, 1$  در نظر گرفته و به ازای این موقعیت‌ها مقدار تابع تغییرنگار محاسبه می‌شود. سپس خطاهای ناهمبسته  $\mathbf{e}^*$  به دست می‌آیند که با تبدیل  $\mathbf{E}_N = L_\alpha \mathbf{e}^*$  یک میدان تصادفی ناشروطی را شبیه‌سازی می‌کند. در واقع این روش همان شبیه‌سازی میدان تصادفی از طریق تجزیه چولسکی است که به صورت ناشروطی میدان تصادفی  $\mathbf{E}_N$  و در پی آن میدان تصادفی  $Z_N^*(\cdot)$  را شبیه‌سازی می‌کند. برآوردگرهای میانگین و ماتریس کوواریانس به دست آمده از این روش تحت فرض نارایی، با میانگین و ماتریس کوواریانس میدان تصادفی  $Z(\cdot)$  برابر خواهد بود ([۷]، بخش ۳.۶.۱).

#### الگوریتم ۵. برآورد مخاطره شرطی

گام ۱- با الگوریتم ۴ به صورت توأم از  $\alpha = 1, \dots, n_0; \mathbf{E}_N(\mathbf{s}_\alpha)$  و  $i = 1, \dots, n; \mathbf{E}_N(\mathbf{s}_i)$  نمونه تولید کنید.

گام ۲- پیش‌گوی کریگیدن ساده  $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{s}_\alpha)$  و  $\hat{\mathbf{E}}_N(\mathbf{s}_\alpha)$  به ترتیب از مانده‌های مشاهده شده  $\hat{\mathbf{E}}$  و از خطای بوت‌استرپ  $\mathbf{E}_N(\mathbf{s}_i)$  را محاسبه کنید.

گام ۳- خطای بوت‌استرپ شرطی  $\mathbf{E}_C^*(\mathbf{s}_\alpha) = \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{s}_\alpha) + [\mathbf{E}_N(\mathbf{s}_\alpha) - \hat{\mathbf{E}}_N(\mathbf{s}_\alpha)]$  را محاسبه کنید.

گام ۴- پیش‌گویی شرطی به صورت  $Z_C^*(\mathbf{s}_\alpha) = \hat{\mu}_H(\mathbf{s}_\alpha) + \mathbf{E}_C^*(\mathbf{s}_\alpha)$  را محاسبه کنید.

گام ۵- گام‌های ۱ تا ۴ را به تعداد زیاد  $B$  بار تکرار کنید تا  $Z_C^{*(1)}(\mathbf{s}_\alpha), \dots, Z_C^{*(B)}(\mathbf{s}_\alpha)$  حاصل شود.

گام ۶- مخاطره شرطی فضایی را به صورت زیر برآورد کنید.

$$\hat{r}_C(\mathbf{s}_\alpha; \mathbf{Z}) = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B I_{\{Z_C^{*(i)}(\mathbf{s}_\alpha) \geq c\}} \quad (14)$$

در گام ۱ الگوریتم ۵، مقادیر  $i = 1, \dots, n; \mathbf{E}_N(\mathbf{s}_i)$  را می‌توان با انجام گام‌های ۴ تا ۶ الگوریتم ۴ برای  $\mathbf{s}_i = i = 1, \dots, n$  و در نظر گرفتن نمونه بوت‌استرپ به اندازه  $n$  و تجزیه چولسکی  $\Sigma$  به دست آورد.

#### ارزیابی و مقایسه روش‌های پهنه‌بندی

کریگیدن نشانگر یک روش ناپارامتری است؛ ولی تفاوت عمده‌ای با روش فضایی ناپارامتری دارد. ناپارامتری بودن کریگیدن نشانگر به دلیل نامعلوم بودن تابع توزیع  $F_Z(\cdot)$  است و ناپارامتری بودن روش فضایی ناپارامتری بر نامعلوم بودن تابع تغییرنگار و در نظر گرفتن یک مدل ناپارامتری برای آن دلالت دارد. در روش فضایی ناپارامتری تابع توزیع مشاهدات نامعلوم است و توابع میانگین و تغییرنگار با روش‌های ناپارامتری برازش داده می‌شوند. در کریگیدن نشانگر از احتمال شرطی  $P(Z(\mathbf{s}_\cdot) \geq c | I)$  به عنوان برآوردی برای  $P(Z(\mathbf{s}_\cdot) \geq c | \mathbf{Z})$  استفاده می‌شود. در حالی که دو مقدار  $P(Z(\mathbf{s}_\cdot) \geq c | I)$  و  $P(Z(\mathbf{s}_\cdot) \geq c | \mathbf{Z})$  از هم متمایز هستند و روش ناپارامتری، مقدار مخاطره شرطی  $P(Z(\mathbf{s}_\cdot) \geq c | \mathbf{Z})$  را به صورت ناپارامتری با روش بوت‌استرپ برآورد می‌کند.

چون در کریگیدن نشانگر ساختار وابستگی فضایی از طریق مشاهدات نشانگر  $I$  برآورد می‌شود؛ بنابراین  $I$  نمی‌تواند به خوبی ساختار وابستگی میدان تصادفی  $Z(\cdot)$  را بیان کند. در حالی که شبیه‌سازی شرطی رفتار داده‌ها و ساختار وابستگی میدان تصادفی را حفظ می‌کند. این امر سبب می‌شود که برآورد تصحیح‌اریبی شده تغییرنگار برآورد مناسب‌تری برای

تغییرنگار میدان تصادفی باشد. اغلب در مسائل زمین‌آمار برای برآورد تغییرنگار چند مدل پارامتری در نظر گرفته و مدلی که ملاک نیکویی برازش بهتری دارد، انتخاب می‌شود. در مواردی انتخاب تابع تغییرنگار مناسب بسیار گیج‌کننده و در مواردی مانند کریگیدن نشانگر، حجم معادلات کریگیدن به دلیل در نظر گرفتن توابع تغییرنگار متعدد برای مقدار سرحد‌های متفاوت بسیار زیاد خواهد بود. این موضوع باعث برآورد نادقیق تغییرنگار می‌شود. در مقابل روش فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره شرطی از این محدودیت‌ها برخوردار نیست. برای مخاطره شرطی برآورد شده با روش کریگیدن نشانگر گاهی مقداری منفی یا بزرگتر از یک حاصل می‌شود. اما روش فضایی ناپارامتری با میانگین‌گیری از  $I_{\{Z_c^{*(j)}(s_\alpha) \geq c\}}$ ،  $j = 1, \dots, B$ ، که همواره مقداری در بازه  $[0, 1]$  دارد، مخاطره شرطی را برآورد می‌کند.

### مطالعات شبیه‌سازی

در این بخش کریگیدن نشانگر و روش‌های فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره شرطی ارزیابی و مقایسه می‌شوند و روش برتر برای برآورد مخاطره فضایی معرفی می‌شود. برای بررسی رفتار روش‌های فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره شرطی و ناشروطی، بر شبکه‌های منظم با اندازه نمونه‌های  $20 \times 20$ ،  $16 \times 16$ ،  $10 \times 10$  در مربع واحد  $[0, 1] \times [0, 1]$  از مدل (۲) با تابع میانگین ناخطی

$$\mu(\mathbf{s}) = \mu(x_1, x_2) = 2.5 + \sin(2\pi x_1) + 4(x_2 - 0.5)^2 \quad (15)$$

و میدان تصادفی گاوسی  $\mathcal{E}(0)$  با میانگین صفر و تابع نیم‌تغییرنگار نمایی

$$\gamma(\mathbf{h}) = c_0 + c_1 \left(1 - \exp\left(-\frac{\|\mathbf{h}\|}{r}\right)\right), \quad \mathbf{h} \in \mathbb{R}^2, \quad (16)$$

با روش شبیه‌سازی ناشروطی میدان تصادفی شبیه‌سازی می‌شود. برای ارزیابی روش فضایی ناپارامتری در برآورد مخاطره، به ازای روند (۱۵) و نیم‌تغییرنگار (۱۶) به ازای سرحد  $c = 2.5$ ، دامنه  $r = 0.5$ ، اثر قطعه‌ای  $c_0 = 0.04$  و  $c_1 = 2.5$ ، به تعداد  $N = 150$  بار میدان تصادفی (۲) شبیه‌سازی می‌شود.

**برآورد مخاطره ناشروطی:** برای مقدار سرحد  $c$ ، مقدار تجربی احتمال  $\Gamma_c(\mathbf{s})$  بر مش منظم با اندازه  $50 \times 50$  محاسبه و در هر شبیه‌سازی احتمال  $\hat{\Gamma}_c(\mathbf{s})$  از طریق (۱۰) در شبکه منظم با اندازه  $50 \times 50$  با  $B = 50$  تکرار بوت‌استرپ برآورد شد. مولفه روند با استفاده از برآوردگر خطی موضعی (۴) با تابع هسته ضریبی سه‌وزنی مدل‌بندی شده است. ماتریس پهنای باند بهینه برای تابع هسته از طریق ملاک CGCV محاسبه شد. تغییرنگار تصحیح‌اریبی نشده و تصحیح‌اریبی شده بر روی مش‌های منظم به ازای ۵۵ درصد بیش‌ترین فاصله نمونه برآورد شد [۱۲]. برای محاسبه ماتریس پهنای باند برای (۶) از ملاک توان دوم خطای نسبی اعتبارسنجی متقابل (۷) استفاده شد. در نهایت یک مدل معتبر تغییرنگار به روش شاپیرو-بوئا به تغییرنگار برازش داده شد.

برای بررسی تأثیر تصحیح‌اریبی تغییرنگار بر برآورد مخاطره فضایی، ابتدا از طریق تغییرنگار تصحیح‌اریبی نشده و سپس با تغییرنگار تصحیح‌اریبی شده مخاطره فضایی برآورد شد. برای اختصار، برآورد مخاطره فضایی با تغییرنگار تصحیح‌اریبی نشده با کلمه "اریب" و برآورد مخاطره فضایی با تغییرنگار تصحیح‌اریبی شده با کلمه "تصحیح شده" بیان می‌شود. برای بررسی و مقایسه نتایج از ملاک میانگین توان دوم خطاها به صورت

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( r_c(\mathbf{s}_j) - \hat{r}_c(\mathbf{s}_j) \right)^2 \quad (17)$$

استفاده می‌شود، که در آن  $\hat{\Gamma}_C(\mathbf{s}_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\Gamma}_C^i(\mathbf{s}_j)$  برآورد مخاطره فضایی (۱۰) در موقعیت  $\mathbf{s}_j$  و  $\Gamma_C(\mathbf{s}_j)$  مقدار تجربی مخاطره فضایی در موقعیت  $\mathbf{s}_j$  است. به علاوه از انحراف معیار توان دوم خطاها برای ارزیابی دقت برآورد مخاطره فضایی استفاده می‌شود. هر چه مقدار این ملاک کوچک‌تر باشد تغییرات حول میانگین خطاها کم‌تر است، در نتیجه برآورد مخاطره فضایی به مقدار تجربی آن نزدیک‌تر است. برای ارزیابی پیش‌گویی‌های فضایی از ملاک اعتبارسنجی متقابل به صورت

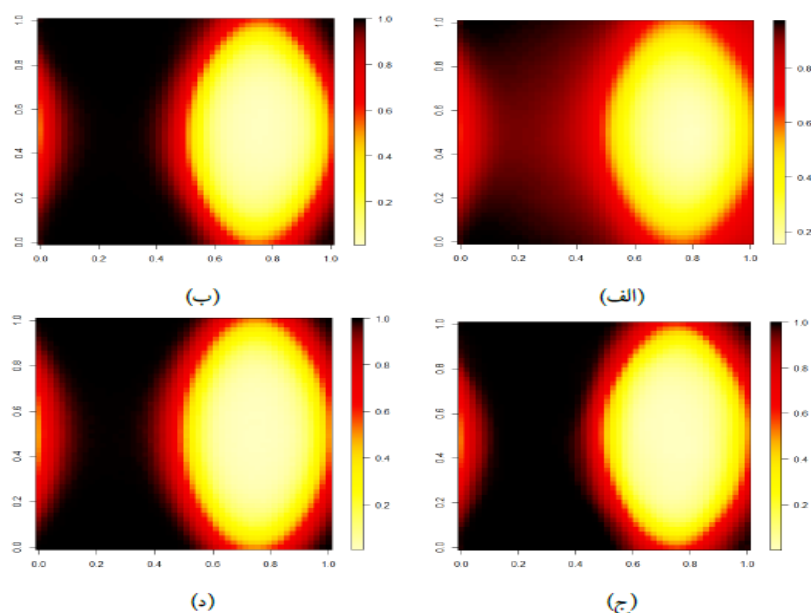
$$CVMSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \hat{Z}(\mathbf{s}_{-i}) - Z(\mathbf{s}_i) \right)^2 \quad (18)$$

استفاده می‌شود، که در آن  $\hat{Z}(\mathbf{s}_{-i})$  مقدار پیش‌گویی  $Z(\mathbf{s}_i)$  براساس تمام مشاهدات بدون در نظر گرفتن  $Z(\mathbf{s}_i)$  است. برای ارزیابی رفتار روش فضایی ناپارامتری در پیش‌گویی فضایی به ازای استفاده از برآورد اریب و تصحیح‌شده نیم‌تغییرنگار ۲۶۵ نمونه تصادفی بر روی مش  $16 \times 16$  تولید شد. مقدار اعتبارسنجی متقابل برای پیش‌گویی فضایی به ازای استفاده از برآورد اریب و تصحیح‌شده نیم‌تغییرنگار به ترتیب برابر با ۰.۰۷۱ و ۰.۰۶۵ حاصل شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تصحیح اریبی تغییرنگار سبب کاهش مقدار  $CVMSE$  و بهبود پیش‌گویی فضایی شده است، ولی نمی‌توان ادعا کرد که این بهبود معنی‌دار بوده است. برای پیش‌گویی فضایی ناپارامتری گام ۳ الگوریتم ۳ انجام می‌شود. در واقع هدف از روش فضایی ناپارامتری و الگوریتم ۳ تولید نمونه بوت‌استرپ برای برآورد مخاطره فضایی است. ولی می‌توان از آن برای پیش‌گویی فضایی نیز استفاده کرد، زیرا برآورد روند و تغییرنگار در این روش منعطف‌تر شده و هیچ مدل پارامتری برای روند و تغییرنگار در نظر گرفته نمی‌شود.

جدول ۱: میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاهای ( $10^{-2} \times$ ) برآورد مخاطره فضایی

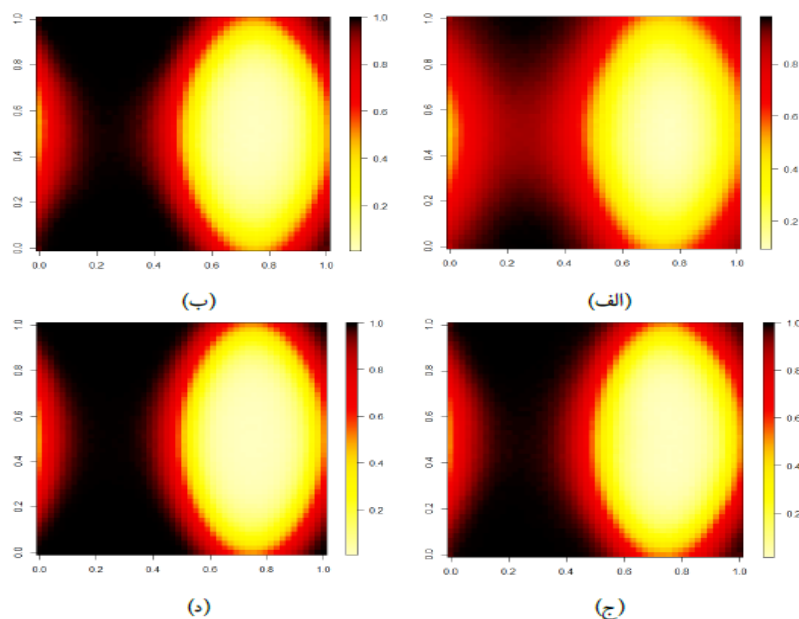
اندازه نمونه						روش
۲۰ × ۲۰		۱۶ × ۱۶		۱۰ × ۱۰		
SD	MSE	SD	MSE	SD	MSE	
۰.۱۲۲	۰.۶۰۸	۰.۳۸۰	۲.۲۹۱	۰.۵۹۲	۴.۸۴۰	روش اریب
۰.۰۷۱	۰.۱۱۷	۰.۰۸۶	۰.۱۴۷	۰.۱۴۱	۱.۳۷۵	تصحیح‌شده

در جدول ۱ میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاهای (۱۷) در مقیاس ۰.۰۱ بر اساس تغییرنگارهای اریب و تصحیح‌شده در برآورد مخاطره فضایی برای اندازه نمونه‌های مختلف نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود میانگین توان دوم خطا برای برآورد مخاطره با تغییرنگار تصحیح‌شده مقداری کمتر از میانگین توان دوم خطا برای برآورد مخاطره با تغییرنگار اریب دارد. مطابق انتظار تصحیح اریبی تغییرنگار تأثیر معنی‌داری بر افزایش دقت برآورد مخاطره فضایی دارد. با افزایش اندازه نمونه از  $10 \times 10$  به  $20 \times 20$  میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاهای روش تصحیح‌شده، کاهش پیدا کرده است و نیز در شکل ۱ مشاهده می‌شود که هر چه اندازه نمونه بزرگ‌تر باشد برآورد مخاطره فضایی به مقدار تجربی آن نزدیک‌تر است، این مساله می‌تواند نشان از سازگاری روش تصحیح‌شده باشد. با توجه به سطر دوم جدول ۱ مقدار میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاها کوچک است. مقدار کوچک انحراف معیار به معنی تغییرات اندک توان دوم خطاها پیرامون میانگین است. چون مقدار میانگین توان دوم خطاها کم است می‌توان ادعا کرد که برآورد مخاطره فضایی اختلاف چندانی با مقدار تجربی آن ندارد.



شکل ۱. رویه برآورد مخاطره فضایی بر روش مش  $50 \times 50$  با اندازه نمونه‌های (الف)  $10 \times 10$ ، (ب)  $16 \times 16$ ، (ج)  $20 \times 20$ ، (د) مقدار تجربی مخاطره فضایی

برآورد مخاطره شرطی: رفتار روش فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره شرطی فضایی با اندازه نمونه‌های مختلف در شکل ۲ نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش اندازه نمونه برآورد مخاطره شرطی فضایی به مقدار تجربی آن نزدیک‌تر می‌شود و عملکرد مطلوبی در برآورد مخاطره فضایی دارد. برای اثبات این ادعا با استفاده از ملاک (۱۷) انحراف معیار آن، اندازه‌های دقت این روش در مقیاس  $0.01$  محاسبه و در جدول ۲ برای اندازه نمونه‌های مختلف ارائه شده است. میانگین توان دوم خطاها به صورت معنی‌داری کوچک است.



شکل ۲. رویه برآورد مخاطره شرطی فضایی بر مش  $50 \times 50$  با اندازه نمونه‌های (الف)  $10 \times 10$ ، (ب)  $16 \times 16$ ، (ج)  $20 \times 20$ ، (د) مقدار تجربی مخاطره فضایی

جدول ۲: میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاهای  $(10^{-2} \times)$  برآورد مخاطره شرطی فضایی ناپارامتری

اندازه نمونه						روش
۲۰ × ۲۰		۱۶ × ۱۶		۱۰ × ۱۰		
SD	MSE	SD	MSE	SD	MSE	
۱۰ <sup>-۵</sup>	۰.۰۵۱	۱۰ <sup>-۵</sup>	۰.۰۵۳	۰.۰۰۱	۱.۰۸۲	شرطی

با افزایش اندازه نمونه میانگین و انحراف معیار خطاها کاهش پیدا می‌کند. کوچک بودن انحراف معیار نشان از پراکندگی اندک توان دوم خطاها پیرامون میانگین دارد. با توجه به مقدار کوچک میانگین می‌توان ادعا کرد برآورد مخاطره شرطی به مقدار تجربی آن بسیار نزدیک است و این موضوع حاکی از عملکرد مطلوب روش فضایی ناپارامتری برای برآورد مخاطره شرطی است.

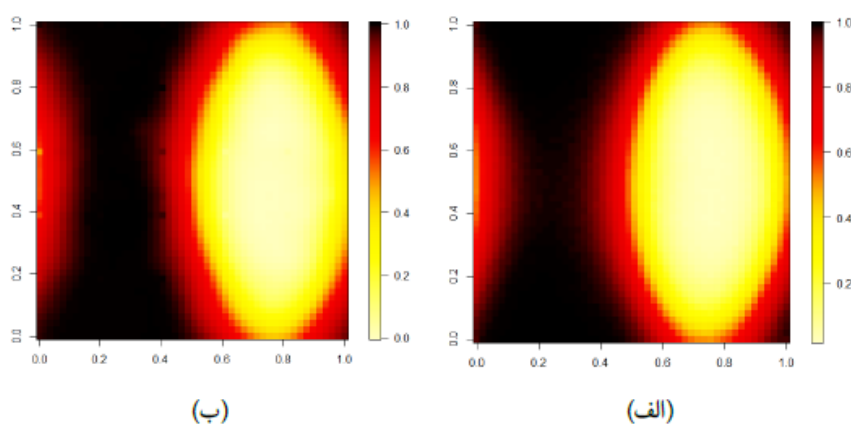
**مقایسه برآوردهای مخاطره فضایی:** در این بخش در یک مطالعه شبیه‌سازی، مخاطره فضایی با روش فضایی ناپارامتری و کریگیدن نشانگر برآورد می‌شود و نتایج مورد مقایسه قرار می‌گیرد. برای مقایسه این دو روش از ملاک (۱۷) و انحراف معیار آن، استفاده شده است. میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاها در مقیاس ۰.۰۱ برای برآورد مخاطره شرطی فضایی از طریق کریگیدن نشانگر و روش فضایی ناپارامتری در جدول ۳ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در اندازه نمونه ۱۰ × ۱۰ میانگین توان دوم خطاهای برآورد مخاطره شرطی با روش فضایی ناپارامتری از مقدار میانگین توان دوم خطاهای برآورد مخاطره شرطی با کریگیدن نشانگر بیشتر است، ولی با افزایش اندازه نمونه به ۱۶ × ۱۶ و ۲۰ × ۲۰ مقادیر میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاهای روش فضایی ناپارامتری به صورت معنی‌داری کاهش می‌یابد. کوچک بودن انحراف معیار به معنی تمرکز توان دوم خطاها حول میانگین است و میانگین توان دوم خطاها نیز به صورت معنی‌داری کوچک است. بنابراین روش فضایی ناپارامتری در برآورد مخاطره شرطی نسبت به کریگیدن نشانگر دقت بیشتری دارد.

جدول ۳: میانگین و انحراف معیار توان دوم خطاهای ( $10^{-2} \times$ ) برآورد مخاطره فضایی

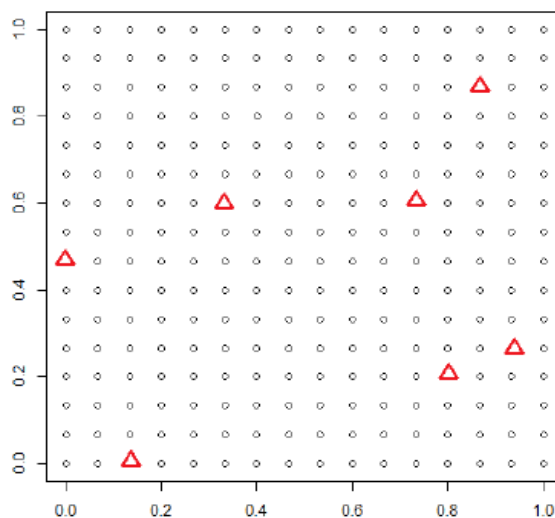
اندازه نمونه						روش
۲۰ × ۲۰		۱۶ × ۱۶		۱۰ × ۱۰		
SD	MSE	SD	MSE	SD	MSE	
۰.۰۰۱	۰.۱۴۱	۰.۰۰۱	۰.۲۲۹	۰.۰۰۱	۰.۲۷۹	کریگیدن نشانگر
۱۰ <sup>-۵</sup>	۰.۰۵۱	۱۰ <sup>-۵</sup>	۰.۰۵۳	۰.۰۰۱	۱.۰۸۲	فضایی ناپارامتری

برای مقایسه بهتر، رویه برآورد مخاطره شرطی بر روی مش ۵۰ × ۵۰ با اندازه نمونه ۱۶ × ۱۶ شکل ۳ رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود رویه برآورد در برخی از مش‌ها، مانند مش‌های (۱، ۲۰)، (۱، ۳۰)، (۲۱، ۲۰) و (۲۱، ۳۰)، مقادیری متمایز از مقادیر موقعیت‌های پیرامون خود دارد. هم‌چنین در برآورد مخاطره با کریگیدن نشانگر گاهی مقداری منفی یا حتی بزرگ‌تر از یک حاصل می‌شود که این نیز بیانگر برتری روش فضایی ناپارامتری است. به صورت کلی در کریگیدن نشانگر مساله بیش-برآوردی یا کم-برآوردی رخ می‌دهد. یک نمونه از بیش-برآوردی کریگیدن نشانگر در سطر سوم جدول ۴ دیده می‌شود. در مقابل در روش ناپارامتری هیچ‌گاه این مساله اتفاق نمی‌افتد، زیرا برآورد مخاطره (۱۰) که میانگین مقادیر نشانگر است و همواره در بازه [۰، ۱] قرار دارد. در انتها با ۱۵۰ بار شبیه‌سازی میدان تصادفی بر روی مش ۱۶ × ۱۶ و حذف ۷ مشاهده در موقعیت‌های معین، مطابق شکل، از سه روش فضایی ناپارامتری ناشروطی، شرطی و کریگیدن نشانگر برای برآورد مخاطره فضایی استفاده شده است. مقدار تجربی مخاطره فضایی و

برآوردهای آن از طریق روش فضایی ناپارامتری شرطی، کریگیدن نشانگر و روش فضایی ناپارامتری ناشرطی به ترتیب در جدول ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در موقعیت  $(0.13, 0)$  برآورد مخاطره فضایی با کریگیدن نشانگر برابر  $1.002$  حاصل شده است، که مقداری بزرگتر از یک دارد. در بیش‌تر موارد مقادیر آن نسبت به دو روش دیگر، از مقدار تجربی دورتر است. نتایج جداول ۱ و ۳ موید این مساله است، زیرا میانگین توان دوم خطاها در روش کریگیدن با اندازه نمونه‌های  $16 \times 16$  و  $20 \times 20$  از دو روش دیگر بیش‌تر است. با مقایسه دو روش فضایی ناپارامتری شرطی و ناشرطی به راحتی می‌توان دریافت که روش شرطی نسبت به روش ناشرطی مقادیر نزدیک‌تری به مقدار تجربی دارد. هر چند مقایسه برآورد مخاطره شرطی و ناشرطی جایز نیست، ولی در عمل از همه این روش‌ها برای ارائه برآورد مخاطره فضایی استفاده می‌شود. بنابراین برآورد مخاطره با هر سه روش فضایی ناپارامتری شرطی، کریگیدن نشانگر و فضایی ناپارامتری ناشرطی با مقدار تجربی مخاطره فضایی مورد مقایسه قرار گرفت.



شکل ۳. رویه برآورد مخاطره شرطی (الف) روش فضایی ناپارامتری (ب) کریگیدن نشانگر



شکل ۴. موقعیت مشاهدات

جدول ۴: مقدار تجربی و برآورد شده مخاطره شرطی فضایی

موقعیت‌ها



روش	(۰)	(۰.۸۷)	(۰.۲۰)	(۰.۲۷)	(۰.۴۷)	(۰.۶۰)	(۰.۶۰)
	(۰.۱۳)	(۰.۸۷)	(۰.۸۰)	(۰.۹۴)	(۰)	(۰.۷۴)	(۰.۳۴)
تجربی	۰.۹۹۹	۰.۳۰۰	۰.۰۶۹	۰.۳۱۷	۰.۵۰۴	۰.۰۱۱	۰.۹۸۹
شرطی	۰.۹۹۸	۰.۳۵۱	۰.۰۵۴	۰.۳۴۷	۰.۴۹۴	۰.۰۵۷	۰.۹۵۴
نشانگر	۱.۰۰۲	۰.۲۳۰	۰.۰۹۱	۰.۰۹۱	۰.۶۵۲	۰.۰۰۶	۰.۹۹۶
ناشرطی	۱.۰۰۰	۰.۳۸۸	۰.۴۱۸	۰.۴۸۱	۰.۶۰۲	۰.۰۲۴	۰.۹۹۴

در آخر، زمان محاسبات برای مطالعات شبیه‌سازی ارائه می‌شود. تمامی محاسبات این بخش با نرم‌افزار R نسخه 3.6.1 و با رایانه دارای CPU سه هسته‌ای با حافظه اجرایی (RAM) 4 گیگابایت انجام شده است. در جدول ۵ میانگین زمان برآورد مخاطره فضایی بر روی مش  $50 \times 50$  به ازای اندازه نمونه‌های مختلف با روش‌های متفاوت و همچنین در جدول ۶ میانگین زمان برآورد مخاطره فضایی با روش‌های فضایی ناپارامتری شرطی، کریگیدن نشانگر و روش فضایی ناپارامتری ناشرطی در ۷ موقعیت حذف شده بر روی مش  $16 \times 16$  نشان داده شده است. با افزایش اندازه نمونه زمان محاسبات برای برآورد مخاطره ناشرطی فضایی افزایش یافته است. این موضوع به دلیل محاسبه ماتریس وارون  $I^{-1}$  در الگوریتم ۳ است. هر چه اندازه نمونه بزرگ‌تر باشد زمان محاسبه وارون ماتریس بیشتر است و به پیروی آن زمان کلی محاسبات افزایش پیدا می‌کند. همان‌طور که در جدول ۵ ملاحظه می‌شود، زمان محاسبات برای برآورد مخاطره شرطی نسبت به برآورد نسخه ناشرطی آن بیش از دو برابر شده است. دلیل اصلی این مساله محاسبات مربوط به گام ۶ الگوریتم ۴ و افزایش محاسبات برای برآورد مخاطره شرطی است. متوسط زمان محاسبات بر حسب ثانیه برای کریگیدن نشانگر نسبت به دو روش فضایی ناپارامتری اندک است. در مقابل روش فضایی ناپارامتری برآوردی دقیق‌تر ارائه می‌دهد. بنابراین بنا به دلایلی که در بخش ۳.۳ مطرح شد، روش فضایی ناپارامتری ترجیح داده می‌شود.

جدول ۵: متوسط زمان برآورد مخاطره فضایی با روش‌های متفاوت روی مش  $50 \times 50$

روش	اندازه نمونه		
	$20 \times 20$	$16 \times 16$	$10 \times 10$
ناشرطی	۳۱.۹۸	۱۵.۵۵	۷.۵۰
شرطی	۸۳.۳۱	۴۳.۱۸	۲۰.۵۰
نشانگر	۰.۶۹	۰.۳۷	۰.۱۶

جدول ۶: متوسط زمان برآورد مخاطره فضایی با روش‌های متفاوت

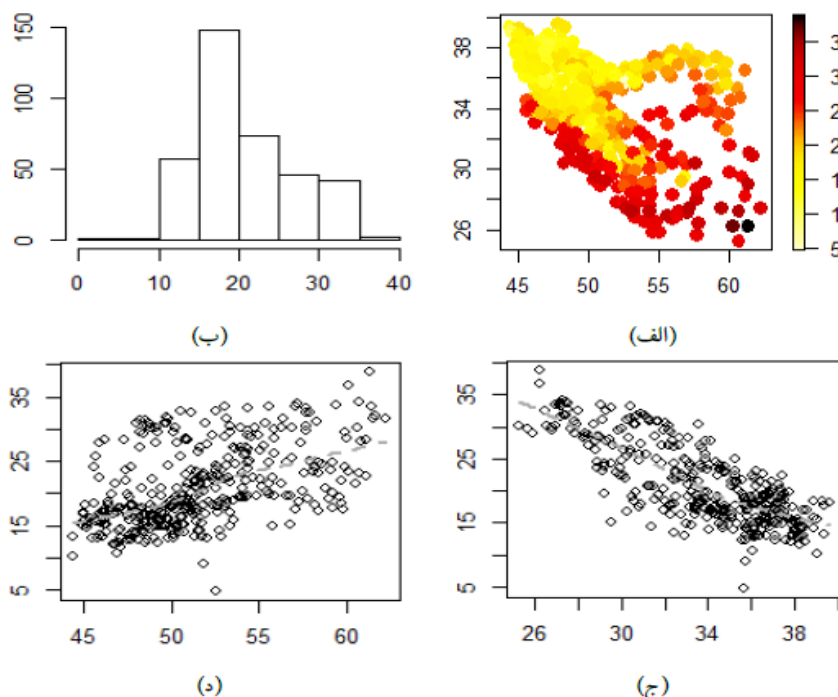
زمان	شرطی	ناشرطی	نشانگر
	۸.۵۶	۴.۲۳	۰.۱

## تحلیل داده‌های هواشناسی کشور

در این بخش پهنه‌بندی مخاطره فضایی داده‌های مربوط به میانگین بیشینه دمای هوای فروردین ماه سال ۱۳۹۶ در ۳۶۴ ایستگاه هواشناسی سراسر کشور تهیه شده است. به منظور تحلیل اکتشافی داده‌ها، شکل ۵ -الف مقدار مشاهدات و موقعیت‌های آن‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل ظاهراً در موقعیت‌های جنوب شرقی دو داده نامتعارف از نوع اول وجود دارد. با روش هاینینگ [۱۸]، تنها یک داده نامتعارف نوع اول با مقدار ۳۸.۹ در ایستگاه راسک استان سیستان و بلوچستان شناسایی شد، با توجه به موقعیت جغرافیایی و پیشینه دمای هوایی، مقدار آن معقول است و به همان صورت

در مشاهدات باقی ماند. برای شناسایی داده‌های نامتعارف [۳] نوع دو از نمودار پراکنش  $H$ - استفاده شد و با توجه به این نمودار داده نامتعارف نوع دو وجود نداشت. بافت‌نگار مشاهدات در شکل ۵-ب توزیع تجربی نامتقارن مشاهدات را نشان می‌دهد. در شکل‌های ۵-ج و د به ترتیب در محور افقی طول و عرض جغرافیایی در مقابل مقدار مشاهدات رسم شده‌اند. بر اساس این دو نمودار می‌توان دریافت که میدان تصادفی در راستای طول و عرض جغرافیایی دارای روند است. برای تحلیل اکتشافی درباره همسانگردی میدان تصادفی از رسم تغییرنگار تجربی در چهار جهت ۰، ۴۵، ۹۰ و ۱۳۵ درجه استفاده شد، که با کمی چشم‌پوشی فرض همسانگردی را می‌توان پذیرفت.

برای تحلیل، ابتدا داده‌ها با روش خطی [۲۸] مش‌بندی شدند. با به‌کارگیری الگوریتم ۲ ماتریس پهنای باند اولیه با فرض استقلال مشاهدات از طریق ملاک اعتبارسنجی متقابل محاسبه شد، که به صورت  $H = \text{diag}(۲.۱۶۴, ۱.۷۷۸)$  است. با ماتریس  $H$  و از طریق (۴) روند اولیه بر روی مش  $۳۰ \times ۳۰$  مطابق شکل ۶-الف حاصل شد. توسط روند اولیه مانده‌های متناظر آن به دست آمد. از طریق این مانده‌ها نیم‌تغییرنگار اولیه مطابق شکل ۶-ب با استفاده از (۶) و الگوریتم ۱ محاسبه شده و یک مدل شاپیرو-بوئا همسانگرد به آن برازش داده شده است. با استفاده از نیم‌تغییرنگار اولیه (۵) و با لحاظ کردن همبستگی فضایی داده‌ها ماتریس پهنای باند به‌دست آورده شد. برای به‌دست آوردن روند و نیم‌تغییرنگار نهایی این رویه یکبار دیگر تکرار شده است. در شکل ۶-ج و د به ترتیب برآورد اولیه و نهایی روند و تغییرنگار نمایش داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، به‌کارگیری الگوریتم ۲ و در نظر گرفتن همبستگی فضایی در برآورد ماتریس پهنای باند سبب همواری برآورد نهایی روند نسبت به برآورد اولیه آن شده است. ماتریس پهنای باند نهایی به صورت  $H = \text{diag}(۶.۳۴۰, ۳.۷۰۴)$  حاصل شد. استفاده از الگوریتم ۱ و تصحیح اریبی نیم‌تغییرنگار سبب همواری برآورد نهایی نیم‌تغییرنگار نیز شده است.

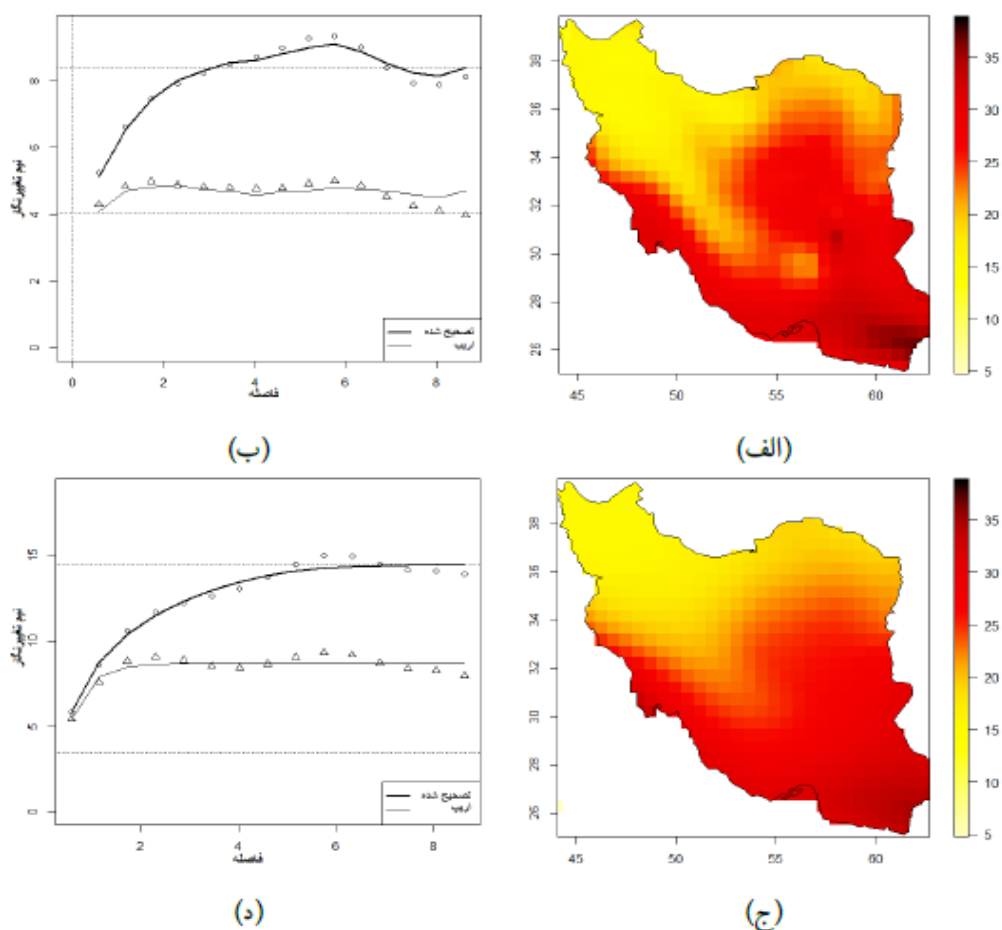


شکل ۵. (الف) مقدار و موقعیت مشاهدات، (ب) بافت‌نگار مشاهدات، (ج) مشاهدات در مقابل طول جغرافیایی و (د)

### مشاهدات در مقابل عرض جغرافیایی

مطابق شکل ۶ استفاده از مانده‌های اریب همواره سبب کم-برآوردی نیم‌تغییرنگار شده است. برآورد اثر قطعه‌ای و

ازاره نیم‌تغییرنگار اولیه به ترتیب برابر با ۳.۱۷ و ۴.۶۹ است. برآورد اثر قطعه‌ای و ازاره نیم‌تغییرنگار نهایی به ترتیب برابر با ۲.۹۶ و ۸.۷۳ است. در واقع تصحیح اریبی سبب تغییر معنی‌داری در مقادیر برآورد اثر قطعه‌ای و ازاره شده است. برآورد لگاریتم توزیع میدان تصادفی، روند، پیش‌گویی فضایی و انحراف معیار پیش‌گویی فضایی بر روی مش  $120 \times 120$  با روش فضایی ناپارامتری در شکل ۷ پهنه‌بندی شده است.



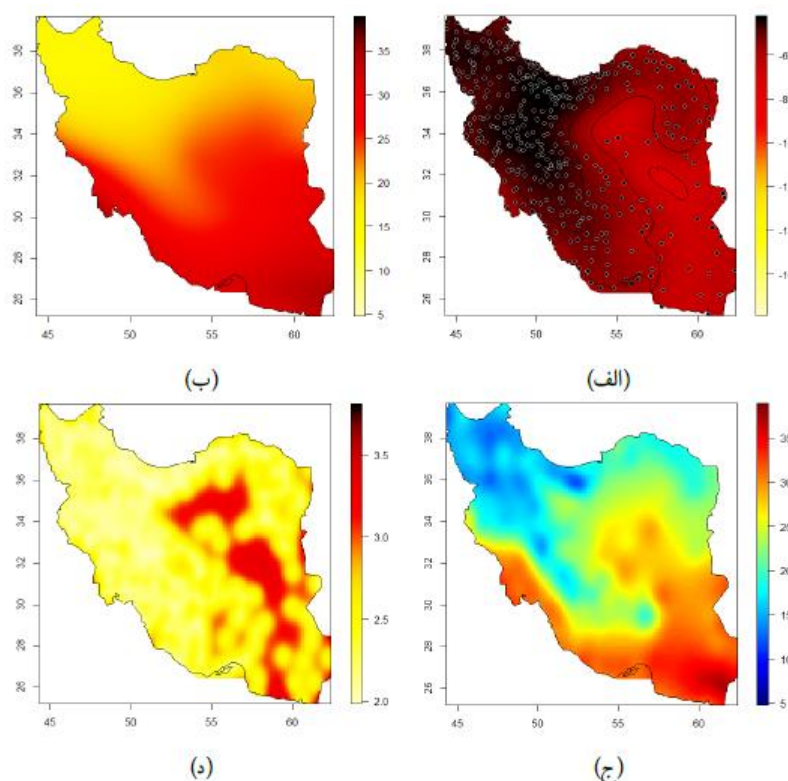
شکل ۶. (الف) برآورد اولیه روند، (ب) برآورد اولیه نیم‌تغییرنگار، (ج) برآورد نهایی روند و (د) برآورد نهایی

#### نیم‌تغییرنگار

نقشه پیش‌گویی فضایی ناپارامتری در شکل ۷-ج نشان می‌دهد در دامنه‌های رشته کوه‌های البرز و زاگرس نسبت به سایر مناطق ایران دما پایین‌تر و در بخش مرکزی و جنوب شرقی دما بالاتر است. در شکل ۷-د انحراف استاندارد پیش‌گویی در کویر لوت، دشت کویر و بخش‌هایی از جنوب شرقی کشور نسبت به سایر مناطق بیش‌تر است. باتوجه به موقعیت مشاهدات در شکل ۵-الف معلوم می‌شود که در این مناطق ایستگاه هواشناسی برای ثبت دما وجود ندارد. به‌همین علت انحراف معیار پیش‌گویی در این مناطق بیش‌تر از سایر نواحی حاصل شده است.

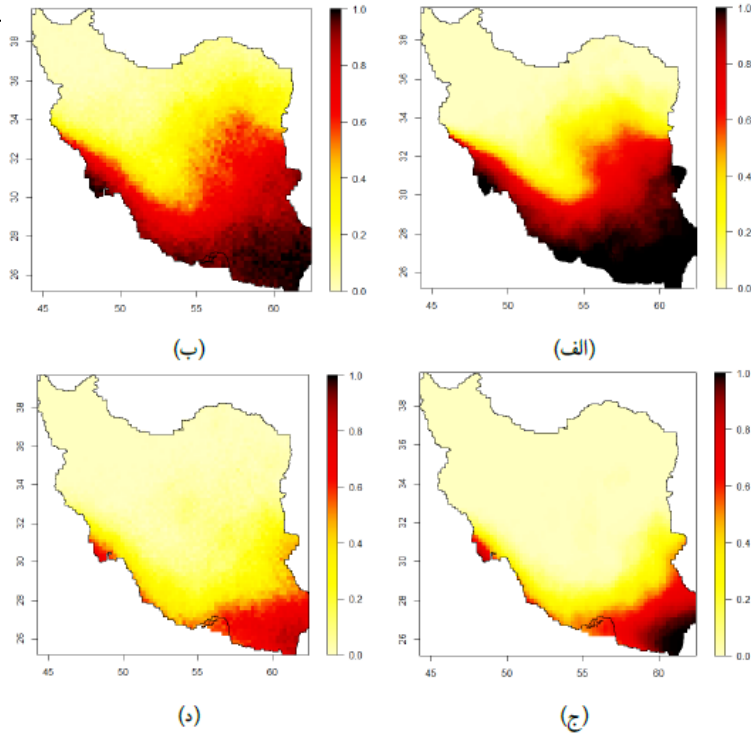
مخاطره شرطی و ناشروطی فضایی به ترتیب با ۱۵۰ تکرار بوت‌استرپ، با استفاده از الگوریتم‌های ۳ و ۵، به ازای دو مقدار

سرحد ۲۵ و ۳۱ روی مش  $75 \times 75$  برآورد و مطابق شکل ۸ پهنه‌بندی شده‌اند.



شکل ۷. (الف) برآورد لگاریتم تابع چگالی، (ب) برآورد روند، (ج) پیش‌گویی فضایی ناپارامتری و (د) انحراف معیار پیش‌گویی

با توجه به مقادیر مشاهدات و برآورد روند، مخاطره فضایی در جنوب، جنوب شرقی و جنوب غربی از مقدار بیش‌تری برخوردار است. در نیمه شمالی و شمال غرب مخاطره فضایی مقدار بسیار اندکی دارد. به دلیل قرار گرفتن رشته کوه‌های البرز و زاگرس در این مناطق و همچنین مناطق کوهستانی در شمال غرب کشور این مقدار اندک برای برآورد مخاطره فضایی قابل توجه است. در مناطقی که با رنگ روشن‌تر مشخص شده‌اند، مقدار مخاطره بسیار کم است و از این نواحی می‌توان به عنوان مناطق امن یاد کرد. در شکل ۸ برآورد ناشروطی مخاطره از برآورد شرطی آن هموارتر است که می‌تواند به این دلیل باشد که در برآورد مخاطره ناشروطی با الگوریتم ۳ از مانده‌های اریب به صورت مستقیم در پیش‌گویی فضایی استفاده نمی‌شود، بنابراین مقادیر پیش‌گویی در تکرارهای بوت‌استرپ نسبت به مقدار مشاهدات از تغییرپذیری بیش‌تری برخوردار است. در مقابل در برآورد مخاطره شرطی، در الگوریتم ۵ به صورت مستقیم از مانده‌های اصلی و پیش‌گویی ساده آن‌ها در برآورد مخاطره فضایی استفاده می‌شود. مدت زمان انجام محاسبات بر حسب ثانیه، اعم از تحلیل اکتشافی و تحلیل فضایی ناپارامتری و مدت زمان انجام محاسبات مربوط به روش فضایی ناپارامتری به ازای برآورد مخاطره شرطی و ناشروطی بر روی مش  $75 \times 75$  در جدول ۷ ارائه شده است.



شکل ۸. (الف) برآورد مخاطره ناشروطی فضایی به ازای مقدار سرحد  $c = 25$ ، (ب) برآورد مخاطره شرطی فضایی به ازای مقدار سرحد  $c = 25$ ، (ج) برآورد مخاطره ناشروطی فضایی به ازای مقدار سرحد  $c = 31$  و (د) برآورد مخاطره شرطی فضایی به ازای مقدار سرحد  $c = 31$

جدول ۷. زمان برآورد مخاطره فضایی داده‌های دمای هوای کشور بر حسب ثانیه

مخاطره	ناشروطی	شرطی
زمان کل	۳۰۱.۳۱	۶۶۹.۸۰
زمان تحلیل فضایی ناپارامتری	۲۴۰.۲۷	۶۳۵.۳۴

### نتیجه‌گیری

در این مقاله برآورد مخاطره فضایی با روش فضایی ناپارامتری ارائه شد. برای مدل‌بندی روند و تغییرپذیری میدان تصادفی از مدل ناپارامتری خطی موضعی استفاده شده است. در مطالعات شبیه‌سازی نشان داده شد روش فضایی ناپارامتری نسبت به کریگیدن نشانگر برآورد بهتری برای مخاطره فضایی ارائه می‌کند. بعلاوه تصحیح اریبی تغییرنگار در برآورد مخاطره فضایی تأثیر معنی‌داری دارد. هم‌چنین در نظر گرفتن پیش‌گوی کریگیدن ساده مانده‌ها در الگوریتم بوت‌استرپ به صورت معنی‌داری برآورد مخاطره را بهبود بخشید. زمان محاسبات روش فضایی ناپارامتری نسبت به کریگیدن نشانگر بیش‌تر بود. در مقابل برآورد مخاطره از طریق روش فضایی ناپارامتری از دقت بیش‌تری برخوردار بود.

به دلیل انعطاف‌پذیری بالای روش فضایی ناپارامتری می‌توان از آن برای ساختن بازه اطمینان یا پیش‌گویی و آزمون فرض استفاده کرد.

### تقدیر و تشکر

نویسندگان از هیأت تحریریه، داوران و ویراستار محترم مجله برای پیشنهادهای ارزنده‌ای که موجب ارائه بهتر مقاله شد و از حمایت قطب علمی تحلیل داده‌های وابسته فضایی- زمانی دانشگاه تربیت مدرس قدردانی می‌نمایند.

### References

۱. ایرانپناه، ن. و محمدزاده، م.، (۱۳۸۶)، روش بوت استرپ بلوک مجزا در آمار فضایی، نشریه علوم دانشگاه تربیت معلم، ۵، ۶۶۵-۶۵۳.
۲. محمدزاده، م.، ایرانپناه، ن. و افشار، س.، (۱۳۸۶)، تصحیح اریبی برآورد پارامترهای تغییرنگار به روش بوت استرپ بلوک مجزا برای پیشگویی فضایی، مجله علوم دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۸، ۴۶-۵۲.
۳. محمدزاده، م. (۱۳۹۸)، آمار فضایی و کاربردهای آن، چاپ سوم، مرکز نشر آثار علمی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.
4. Cameletti, M., Ignaccolo, R. and Sylvan, D. (2013), Assessment and Visualization of Threshold Exceedance Probabilities in Complex Space-Time Settings: A Case Study of Air Quality in Northern Italy, *Spatial Statistics*, **5**, 57–68.
5. Castillo-Páez, S., Fernández-Casal, R., García-Soidán, P. (2019), A Nonparametric Bootstrap Method for Spatial Data, *Computational Statistics and Data Analysis*, **137**, 1-15.
6. Chiles, J. and Delfiner, P. (2012), *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*, 2nd edn. Wiley, New York.
7. Cressie, N. (1993), *Statistics for Spatial Data*, Wiley, New York.
8. Draghicescu, D. and Ignaccolo, R. (2009), Modeling Threshold Exceedance Probabilities of Spatially Correlated Time Series, *Electronic Journal of Statistics*, **3**, 149–164.
9. Fan, J. and Gijbels, I. (1996), *Local Polynomial Modelling and Its Applications*, Chapman and Hall, London.
10. Fernandez-Casal, R. and Francisco-Fernandez, M. (2014), Nonparametric Bias-Corrected Variogram Estimation under Nonconstant Trend, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **28**, 1247–1259.
11. Fernandez-Casal, R., Gonzalez-Manteiga, W. and Febrero-Bande, M. (2003), Space-Time Dependency Modeling Using General Classes of Flexible Stationary Variogram Models, *Journal of Geophysical Research*, **108**, 108-8779.

12. Fernández-Casal, R., Castillo-Páez, S. and Francisco-Fernández, M. (2018), Nonparametric Geostatistical Risk Mapping, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **32**, 675-684.
13. Fernández-Casal, R., Castillo-Páez, S. and Francisco-Fernández, M. (2018), Nonparametric Approximation of Conditional Risk in Non-Stationary Geostatistics Processes, 9th Workshop on Spatio-Temporal Modelling, Montpellier, 2018.
14. Francisco-Fernandez, M. and Opsomer, J. D. (2005), Smoothing Parameter Selection Methods for Nonparametric Regression with Spatially Correlated Errors, *Canadian Journal of Statistics*, **33**, 539-558.
15. Garcia-Soidan, P. and Menezes, R. (2012), Estimation of the Spatial Distribution Through the Kernel Indicator Variogram, *Environmetrics*, **23**, 535-548.
16. Goovaerts, P., Webster, R. and Dubois, J. P. (1997), Assessing the Risk of Soil Contamination In the Swiss Jura Using Indicator Geostatistics, *Environmental and Ecology Statistics*, **4**, 49-64.
17. Guardiola-Albert, C. and Pardo-Iguzquiza, E. (2011), Compositional Bayesian Indicator Estimation, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **25**, 835-849.
18. Haining, R. (1991), *Spatial Data Analysis in the Social and Environmental Sciences*, Cambridge University Press.
19. Iranpanah, N., Mohammadzadeh, M., and Taylor, C. C., (2011), A Comparison of Block and Semi-Parametric Bootstrap Methods for Variance Estimation in Spatial Statistics, *Computational Statistics and Data Analysis*, **55**, 578-587.
20. Iranpanah, N., Mohammadzadeh, M. and Vahidi Asl, M. G. (2009), Optimum Block Size in Separate Block Bootstrap to Estimate the Variance of Sample Mean for Lattice Data, *Journal of Sciences, Islamic Republic of Iran*, **20**, 355-364.
21. Journel, A. (1983), Nonparametric Estimation of Spatial Distributions, *Mathematical Geology*, **15**, 445-468.
22. Li, W., Zhang, C., Dey, D. and Wang, S. (2010), Estimating Threshold exceeding Probability Maps of Environmental Variables with Markov Chain Random Fields, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **24**, 1113-1126.

23. Oliver, M. A., Webster, R. and Mcgrath, S. P. (1996), Disjunctive Kriging for Environmental Management, *Environmetrics*, **7**, 333–357.
24. Opsomer, J. D., Wang, Y. and Yang, Y. (2001), Nonparametric Regression with Correlated Errors, *Statistical Science*, **16**, 134–153.
25. Shapiro, A. and Botha. J. D. (1991), Variogram Fitting with a General Class of Conditionally Nonnegative Definite Functions, *Computational Statistics and Data Analysis*, **11**, 87–96.
26. Singh, K. (1981), On the Asymptatic Accuracy of the Efron's Bootstrap, *The Annals of Statistics*, **9**, 1187-1195.
27. Tolosana-Delgado, R., Pawlowsky-Glahn, V. and Egozcue, J. J. (2008), Indicator Kriging without Order Relation Violations, *Mathematical Geosciences*, **40**, 327–347.
28. Wand, M.P. (1994), Fast Computation of Multivariate Kernel Estimators, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **3**, 433-445.