

## بررسی زیرجمعی بودن توابع روی عملگرهای مثبت بدون فرض یکنوایی و تحدب عملگری

احسان انجیدنی

دانشگاه نیشابور، دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی

پذیرش ۹۸/۰۴/۲۶

دریافت ۹۸/۰۱/۰۲

### چکیده

در این مقاله، زیرجمعی بودن توابع روی عملگرهای مثبت را بدون فرض یکنوایی عملگری و تحدب عملگری بررسی می‌کنیم. گیریم  $A$  و  $B$  عملگرهای مثبت روی یک فضای هیلبرت  $\mathcal{H}$  باشند و  $0 \leq AB + BA$ . فرض کنید برای عملگر

$$E = (A + B)^{-\frac{1}{2}}(A^2 + B^2)(A + B)^{-\frac{1}{2}},$$

بازه باز  $(m_E, M_E)$ ، که در آن،  $m_E$  و  $M_E$  کران‌های عملگر  $E$  هستند، با طیف‌های مربوط به عملگرهای  $A$  و  $B$  اشتراک نداشته باشد. در این صورت، برای هر تابع پیوسته  $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$  که برای آن، تابع  $f(t) = \frac{g(t)}{t}$  محدب و نزولی باشد، داریم:

$$g(A + B) \leq c(m, M, f)(g(A) + g(B)),$$

که در آن،  $m$  و  $M$  کران‌های عملگر  $A + B$  هستند و

$$c(m, M, f) := \max_{m \leq t \leq M} \left\{ \frac{\frac{f(M) - f(m)}{M - m} t + \frac{Mf(m) - mf(M)}{M - m}}{f(t)} \right\}.$$

**واژه‌های کلیدی:** ترتیب ماتریسی، نامساوی عملگری زیرجمعی، تابع یکنوا، تابع محدب، نامساوی عملگری یسنن.